

**4**

Jaroslav Janáček - Johanna Kovačíková

**POROVNANIE PRÍSTUPOV ZALOŽENÝCH NA DUÁLNO M VZOSTUPE PRE RIEŠENIE UMIESTŇOVACÍCH ÚLOH  
COMPARING DUAL ACCESS APPROACHES FOR EXACT SOLUTION OF LOCATION PROBLEMS**

---

**9**

Antonín Kavička - Ludmila Jánošíková

**MODELOVANIE KOLA JISKA A VÝPOČET NAJKRATŠEJ JAZDNEJ CESTY  
TRACKAGE MODELLING AND ALGORITHMS FOR FINDING THE SHORTEST TRAIN ROUTE**

---

**22**

Martin Decký

**DYNAMICKÉ METÓDY HODNOTENIA NEROVNOSTÍ CESTNÝCH VOZOVIEK  
COMPARISON OF DYNAMIC METHODS OF ROAD PAVEMENT EVENNESS EVALUATION**

---

**33**

Karol Potoček

**EFEKTÍVNOSŤ VYNALOŽENÝCH FINANČNÝCH PROSTRIEDKOV PRI DODATOČNOM ZATEPLENÍ BUDOV  
THE EFFECTIVENESS OF GIVEN FINANCIAL RESOURCES FOR THE ADDITIONAL  
THERMAL INSULATION OF BUILDINGS**

---

**40**

Janka Gombitová

**POSÚDENIE VHODNOSTI POUŽITIA NETRADIČNÉHO MATERIÁLU NA SANÁCIU ŽELEZNIČNÉHO SPODKU  
THE EVALUATION OF THE APPROPRIATENESS OF RAILWAY SUBGRADE RESTORATION  
WITH AN UNCONVENTIONAL MATERIAL**

---

**45**

Mária Mičeková

**NETRADIČNÝ POHLED NA PROGNÓZOVANIE EKONOMICKÝCH PROCESOV  
ANOTHER PERSPECTIVE ON THE FORECASTING OF ECONOMIC PROCESSES**

---

**52**

Jaromír Máca - Bohuš Leitner

**NELINEÁRNA METÓDA NAJMENŠÍCH ŠTVORCOV  
NONLINEAR LEAST SQUARES METHOD**

---

**59**

Pavel Lukáč - Zuzanka Trojanová - Peter Palček

**MECHANICKÉ VLASTNOSTI PERSPEKTÍVNYCH ZLIATIN MG  
MECHANICAL PROPERTIES OF ADVANCED MG ALLOYS**

---

**64**

Karol Vasilko

**NOVÝ PRÍSTUP K ZLEPŠENIU AKOSTI OBROBENÉHO POVRCHU  
NEW POSSIBILITIES FOR MACHINED SURFACE QUALITY IMPROVEMENTS**

---

**70**

Karel Havel

**ARCHITEKTÚRA SLOVENSKEHO SYSTÉMU ORGANIZÁCIE LETOVEJ PREVÁDZKY V NADVÄZNOSTI NA EURÓPSKY SYSTÉM  
ARCHITECTURE OF THE SLOVAK AIR TRAFFIC MANAGEMENT SYSTEM IN RELATION TO THE EUROPEAN SYSTEM**

---

Jaroslav Janáček - Johanna Kovačiková \*

# POROVNANIE PRÍSTUPOV ZALOŽENÝCH NA DUÁLNO M VZOSTUPE PRE RIEŠENIE UMIESTŇOVACÍCH ÚLOH

## COMPARING DUAL ACCESS APPROACHES FOR EXACT SOLUTION OF LOCATION PROBLEMS

Článok sa zaoberá kapacitne neobmedzenými umiestňovacími úlohami. Umiestňovacia úloha pozostáva z umiestňovania nejakých zariadení s neobmedzenou kapacitou vo vytváranej sieti. Zariadenie môže byť najrôznejšieho druhu. Môže to byť servisné stredisko, ktoré môže byť umiestnené v uzle dopravnej siete. Ďalší druh zariadenia môže byť napríklad priamy vlak umiestňovaný do dopravného plánu. V porovnaní s predchádzajúcim prípadom má toto zariadenie charakter hrany v grafe.

Základom výpočtovej úspešnosti často používanej metódy vetiev a hraníc je tesnosť dolnej hranice. V článku sú publikované výsledky numerických experimentov s metódou duálneho vzostupu pre riešenie uzlovej lokačnej úlohy na rozsiahlej sieti a sú tu porovnané viaceré možné prístupy pre výpočet dolnej hranice hranovej lokačnej úlohy.

### 1. Úvod

Ak sa zaoberáme navrhovaním alebo riadením sieťových systémov, ako sú napríklad distribučné systémy [2], [6], alebo systémy vlakotvorby [5], často sa stretávame s kapacitne neobmedzenou umiestňovacou úlohou. Umiestňovacia úloha pozostáva z umiestňovania nejakých zariadení s neobmedzenou kapacitou vo vytváranej sieti. Zariadenie môže byť najrôznejšieho druhu. Môže to byť servisné stredisko alebo skladisko, ktoré môže byť umiestnené na úseku alebo v uzle danej dopravnej siete. Ďalší druh zariadenia môže byť napríklad priamy vlak umiestňovaný do dopravného plánu železničnej dopravnej sústavy. V porovnaní s predchádzajúcim prípadom, kde zariadenie malo charakter bodu alebo uzla, v druhom prípade má zariadenie charakter hrany v grafe.

Oba prípady majú spoločné črty. Každé umiestnenie  $i$  pridá pevné náklady  $f_i$  k celkovým nákladom a na druhej strane umožní znížiť príslušné operatívne náklady. Čo sa výpočtovej zložitosti týka, obidve úlohy sú NP-ťažké. Väčšina prístupov k riešeniu takýchto úloh sa zakladá na využití metódy vetiev a hraníc, kde základom ich výpočtovej úspešnosti je tesnosť dolnej hranice. Kapacitne neobmedzená umiestňovacia úloha tvorí výnimku v triede úloh 0–1 programovania. Ukázalo sa [4], že dolná hranica získaná riešením LP-relaxácie je dobrá dolná hranica pre

The paper deals with exact solution of two uncapacitated location problems. The location problem consists in placing some facilities of unrestricted capacity in the formed network. The facility can have various natures. It could be a service centre, whose location can be done at a node of the network, or it can be a direct train, which can be placed into a transport plan. In comparison with the former case, this facility has the nature of a graph edge.

The key-stone of the computational success of the often used branch and bound method is the lower bound tightness. This paper, reports numerical experiments with the dual access approach used for the solution of the node location problem in a large network and compares several possible approaches to lower bound enumeration for the edge location problem.

### 1. Introduction

When planning and managing network systems, such as distribution systems [2], [6], or direct train systems [5], various uncapacitated location problems are often met. The location problem arises when some facilities of unrestricted capacity are placed in the formed network. The facility can have various nature. It could be a service centre or a warehouse, whose location can be either at an edge or at a node of the given network. The next sort of facility can be, for example, a direct train, which can be placed into a transport plan of a railway transport system. In comparison with the previous case, where the facility has the nature of a point or a node, this facility has the nature of a graph edge.

Nevertheless, both cases have some common features. Each placing of the facility  $i$  brings the fixed cost  $f_i$  into the total costs. On the other hand, it enables a decrease in the associated operational costs. As the computational complexity is concerned, both problems are NP-hard. Most approaches to the problem solution are based on the branch and bound method, for which lower bound tightness is the key-stone of the computational success. The uncapacitated location problem forms an exclusion of the family of 0–1 programming problems. It has been proven [4] that the LP-relaxation lower bound is a good bound for the

\* Prof. RNDr. Jaroslav Janáček, CSc., Ing. Johanna Kovačiková

Department of Transportation Networks, Faculty of Management Science and Informatics, University of Žilina, SK-010 26 Žilina, Slovak Republic, Phone +421-89-651 015, Fax +421-89-651 015, E-mail jardo@frds.utc.sk

úlohy tohto typu v porovnaní s inými úlohami, kde tento typ výpočtu dolnej hranice zlyhal [7]. To viedlo k myšlienke použiť LP-relaxáciu pre riešenie úlohy návrhu siete, ktorá je špeciálnym prípadom umiestňovacej úlohy, kde umiestňované zariadenie má charakter úseku.

V ďalších kapitolách sa pokúsime porovnať dve úlohy z hľadiska postupu riešenia a nárokov na objem výpočtov.

## 2. Modely lokačných úloh

Uvažujme kapacitne neobmedzenú umiestňovaciu úlohu s množinou  $I$  možných umiestnení obslužných stredísk. Nech  $J$  je množina zákazníkov, ktorých požiadavky majú byť uspokojované z umiestnených zariadení. Predpokladáme, že pre každé umiestnenie  $i \in I$  je daný pevný poplatok  $f_i$  a že pre každú dvojicu  $(i, j)$ , kde  $i \in I$  a  $j \in J$ , sú známe náklady  $c_{ij}$  na uspokojenie požiadavky zákazníka  $j$  z miesta  $i$ . Zavedme 0–1 premennú  $y_i$  pre každé možné miesto  $i \in I$ , aby sme opísali rozhodnutie o umiestnení ( $y_i = 1$ ) zariadenia v tomto mieste, alebo opačné rozhodnutie ( $y_i = 0$ ). Označme  $x_{ij}$  časť  $j$ -tej požiadavky uspokojovanej z miesta  $i$ . Potom s využitím vyššie spomenutých konštánt  $f_i$  a  $c_{ij}$  môžeme sformulovať nasledujúci model:

$$\text{minimalizujte} \quad f(x,y) = \sum_{i \in I} f_i y_i + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{za podmienok} \quad \sum_{i \in I} x_{ij} = 1 \quad \text{pre } j \in J \quad (2)$$

$$x_{ij} \leq y_i \quad \text{pre } i \in I \text{ a } j \in J \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \text{pre } i \in I \text{ a } j \in J \quad (4)$$

$$y_i \in [0,1] \quad \text{pre } i \in I \quad (5)$$

V modeli podmienky (2) zabezpečujú, že každý zákazník bude obslužený. Podmienky (3) si vynútiť umiestnenie zariadenia na miesto  $i$  kedykoľvek je ľubovoľná časť požiadavky ľubovoľného zákazníka uspokojovaná z tohto miesta.

Ďalej sa budeme zaoberať druhou z úloh, ktorá je známa ako úloha návrhu siete. Tu je pevný poplatok  $f_{ij}$  spojený s umiestnením hrany  $(i, j)$  (priameho spojenia alebo priameho vlaku) a náklady  $c_{ij}^{rs}$  vyjadrujú, čo stojí preprava toku začínajúceho v  $r$  a končiacieho v  $s$  cez hranu  $(i, j)$ . Úlohou je minimalizovať celkové náklady na prepravu  $n \times n$  objemov  $P_{rs}$  z každého  $r$  do každého  $s$ , kde  $r = 1, \dots, n, s = 1, \dots, n, r \neq s$ .

$$\text{minimize} \quad f(x, y) = \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n f_{ij} y_{ij} + \sum_{r=1}^n \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq r}}^n \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n c_{ij}^{rs} \cdot x_{ij}^{rs} \quad (6)$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n x_{ij}^{rs} = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n x_{ji}^{rs} \quad \text{for } r = 1, \dots, n, s = 1, \dots, n, r \neq s, j \in \{1, \dots, n\} - \{r, s\} \quad (7)$$

problem in this case, in contradiction to the other problems where this sort of lower bound failed [7]. It allows for the idea to use the LP-relaxation for the network design problem, which is a special sort of location problem where the placed facility has the nature of edge.

In the next chapter we try to compare the two problems from the point of view of solution procedures as well as computational effort.

## 2. Location problem models

Let us consider the uncapacitated location problem, in which service centre locations are searched over set  $I$  of possible places.  $J$  is a set of customers, whose demands are to be satisfied from the placed facilities. We assume that for each possible location  $i \in I$ , a fixed charge  $f_i$  is given and that for each pair  $(i, j)$ , where  $i \in I$  and  $j \in J$ , the cost  $c_{ij}$  of demand satisfaction of customer  $j$  from location  $i$  is known. Let us introduce 0–1 variable  $y_i$  for each possible facility location  $i \in I$  to describe the decision of placing ( $y_i = 1$ ) a facility at the location or the opposite decision ( $y_i = 0$ ). Let  $x_{ij}$  denote the fraction of  $j$ 's demand supplied from the facility  $i$ . Then, employing the above mentioned constants  $f_i$  and  $c_{ij}$  we can form the following model:

$$\text{minimize} \quad f(x,y) = \sum_{i \in I} f_i y_i + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{i \in I} x_{ij} = 1 \quad \text{for } j \in J \quad (2)$$

$$x_{ij} \leq y_i \quad \text{for } i \in I \text{ and } j \in J \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \text{for } i \in I \text{ and } j \in J \quad (4)$$

$$y_i \in [0,1] \quad \text{for } i \in I \quad (5)$$

In this model, constraints (2) ensure that each customer demand is served. Constraints (3) force placement of a facility at location  $i$  whenever any part of the demand of any customer is served from the location.

Now let us consider the second problem, the network design problem. Here, fixed cost  $f_{ij}$  is associated with placing arc  $(i, j)$  (a direct connection or a direct train) and cost  $c_{ij}^{rs}$  to be paid for the transport of the whole flow originating at  $r$  and terminating at  $s$  along arc  $(i, j)$ . The objective of the problem is to minimize the total costs for transport of all  $n \times n$  amounts  $P_{rs}$  from each  $r$  to each  $s$ , when  $r = 1, \dots, n, s = 1, \dots, n, r \neq s$ .

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq s}}^n x_{rj}^{rs} = 1 \quad \text{for } r = 1, \dots, n, s = 1, \dots, n, r \neq s \quad (8)$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq s}}^n x_{is}^{rs} = 1 \quad \text{for } r = 1, \dots, n, s = 1, \dots, n, r \neq s \quad (9)$$

$$x_{rj}^{rs} \leq y_{ij} \quad \text{for } r = 1, \dots, n, s = 1, \dots, n, r \neq s, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n, i \neq j \quad (10)$$

$$x_{ij}^{rs} \geq 0 \quad \text{for } r = 1, \dots, n, s = 1, \dots, n, r \neq s, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n, i \neq j \quad (11)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \quad \text{for } i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n, i \neq j \quad (12)$$

### 3. Výpočtová zložitosť umiestňovacích úloh

Ak použijeme pre prehľadávanie stromu riešeni schému prehľadávania do hĺbky, bude mať metóda vetiev a hraníc, použitá pre riešenie umiestňovacej úlohy, nasledujúci tvar:

Vetva v strome riešeni je určená tromi disjunktnými podmnožinami, ktoré sú rozkladom množiny všetkých miest. Označme tieto tri podmnožiny  $V$ ,  $Z$  a  $N$ . Podmnožiny obsahujú miesta, pre ktoré bolo rozhodnuté o umiestnení ( $V$ ), kde boli umiestnenia zakázané ( $Z$ ) a miesta, pre ktoré žiadne rozhodnutie doposiaľ nebolo urobené ( $N$ ). Vetva predstavuje množinu prípustných riešení umiestňovacej úlohy, pre ktoré premenné  $y$  spĺňujú podmienky určené množinami  $V$ ,  $Z$ . Ak skúmame vetvu, pre všetky riešenia v nej obsiahnuté je vypočítaná dolná hranica hodnôt ich účelových funkcií. Ak je dolná hranica väčšia ako hodnota účelovej funkcie súčasného najlepšieho prípustného riešenia, je vetva prehlásená za preskúmanú a uskutoční sa návrat k predchádzajúcej vetve (otcovi). V opačnom prípade je vetva skúmaná s použitím postupu vetvenia. Postup pozostáva z výberu miesta z množiny  $N$  a z vytvorenia dvoch nových vetví (synov) pomocou rozhodnutia o umiestnení alebo neumiestnení zariadenia. Prvá vetva je vytvorená zákazom umiestnenia vo vybratom mieste a druhá umiestnením zariadenia. Prehľadávanie pokračuje skúmaním prvej vetvy a ak sa prehľadávanie vráti nazad, je skúmaná druhá vetva. Ak je aj druhá vetva preskúmaná a prehľadávanie sa vráti druhý raz naspäť, potom je za preskúmanú označená aj vetvotec a prehľadávanie sa vráti k predchádzajúcej vetve. V priebehu výpočtu dolnej hranice sa obvyčajne nájde prípustné riešenie úlohy. Toto prípustné riešenie je porovnané so súčasným najlepším riešením a to je aktualizované. Je zrejme, že počet skúmaných vetiev ako aj čas prehľadávania závisí od kvality dolnej hranice. Urobili sme výskum [4] niekoľkých typov dolných hraníc pre prvú z umiestňovacích úloh a ukázali sme, že Erlenkotterova hranica [3] umožňuje riešiť rozsiahle úlohy v rozumnom čase. To nás viedlo k myšlienke, že by podobný prístup k úlohe návrhu siete mohol tiež priniesť úspech.

### 4. Dolné hranice pre umiestňovacie úlohy

Erlenkotterova dolná hranica [3] je získaná ako dolný odhad optimálnej hodnoty účelovej funkcie LP-relaxácie modelu (1)-(5) vzhľadom na množiny  $V$ ,  $Z$ ,  $N$ . V tomto prístupe ako dolný odhad

### 3. Computational intractability of the location problems

Having used the „Depth first scheme“ for tree search, the procedure of branch and bound method used for the location problem has the following form:

A node of the search tree is determined by three disjoint subsets which cover the set of possible facility locations. Let us denote the three subsets  $V$ ,  $Z$  and  $N$ . The subsets contain locations where the decision of facility placing was made ( $V$ ), where the facility placing was forbidden ( $Z$ ), and where no decision has been made yet ( $N$ ). The node represents a set of feasible solutions of the location problem whose values of  $y$  variables satisfy constraints given by sets  $V$ ,  $Z$ . When investigating the node, a lower bound on objective function values of all feasible solutions of the node is determined. If the lower bound is higher than the objective function value of the current best feasible solution, then the node is said to be fathomed and backtracking to the previous node (father) is made. In the opposite case, the node is investigated using branching procedure. This procedure consists of selecting a location from set  $N$  and forming two new nodes (sons) making a decision of the facility placing at the location. The first of the sons has forbidden placing at the location and the second has ordered placing. The search continues by the first son investigation and when the search comes back to the node, it is continued by the second son investigation. When the second son is fathomed and the search comes back to the node second time, then the node (father) is declared fathomed and backtracking to the previous node is made as well. During the lower bound computation a feasible solution of the location problem is usually produced. This feasible solution is compared with the current best solution and the current solution is updated.

It is obvious that the number of investigated nodes and the time of the whole search depend on lower bound quality. We have researched [4] several types of lower bounds for the first problem and proved that Erlenkotter's bound [3] enables us to solve large problems in a sensible time. It evokes an idea that a similar approach may be conducive to computational success when solving network design problems.

### 4. Lower bounds for location problems

Erlenkotter's lower bound [3] is obtained as a lower bound estimation of an optimal objective function value of LP-relaxation of the model (1)-(5) with respect to sets  $V$ ,  $Z$ ,  $N$ . Considering this approach,

služi hodnota účelovej funkcie duálneho prípustného riešenia. Redukovaná duálna úloha pre model (1)-(5) je

$$\text{maximalizujte } g(v) = \sum_{j \in J} v_j \quad (13)$$

$$\text{za podmienok } \sum_{j \in J} \max\{v_j - c_{ij}, 0\} \leq f_i \quad \text{pre } i \in N \quad (14)$$

$$v_j \leq \min\{c_{ij} : i \in V\} \quad \text{pre } j \in J \quad (15)$$

Pre výpočet dolnej hranice je použitý algoritmus duálneho vzostupu [3], ktorý nájde dobré prípustné riešenie úlohy (13)-(15). Dolná hranica je ďalej zlepšená algoritmom úprav duálnych premenných a postup sa opakuje pokiaľ je možné zlepšovať hodnotu  $g(v)$ .

Dolnú hranicu úlohy návrhu siete [1] je možné taktiež získať ako dolný odhad LP-relaxácie (6)-(12). Aby sme obdržali dobré prípustné duálne riešenie, bol použitý nasledujúci model:

$$\text{minimize } g(w, v) = \sum_{r=1}^n \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq r}}^n v_s^{rs} \quad (16)$$

$$\text{subject to } \sum_{r=1}^n \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq r}}^n w_{ij}^{rs} \leq f_{ij} \quad \text{for } i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n, i \neq j \quad (17)$$

$$v_j^{rs} - v_i^{rs} \leq c_{ij}^{rs} + w_{ij}^{rs} \quad \text{for } r = 1, \dots, n, s = 1, \dots, n, r \neq s, i = 1, \dots, n, i \neq r, j \in \{1, \dots, n\} - \{r, i\} \quad (18)$$

$$v_j^{rs} \leq c_{ij}^{rs} + w_{ij}^{rs} \quad \text{for } r = 1, \dots, n, s = 1, \dots, n, r \neq s, j \in \{1, \dots, n\} - \{r\} \quad (19)$$

$$-v_i^{rs} \leq c_{ij}^{rs} + w_{ij}^{rs} \quad \text{for } r = 1, \dots, n, s = 1, \dots, n, r \neq s, i = 1, \dots, n, i \neq r \quad (20)$$

$$w_{ij}^{rs} \geq 0 \quad \text{for } r = 1, \dots, n, s = 1, \dots, n, r \neq s, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n, i \neq j \quad (21)$$

V tomto prípade, je zlepšenie pomocou duálneho vzostupu dosiahnuté zvýšením  $w_{ij}^{rs}$  a nasledujúcim riešením úloh najkratšej cesty v redukovanej dopravnej sieti, v ktorej ohodnotenie hrany  $(i, j)$  je rovné  $c_{ij}^{rs} + w_{ij}^{rs}$ .

## 5. Výpočtové skúsenosti

Aby sme rozhodli, či Erlenkotterova hranica môže byť prekonaná konštrukciou inej dolnej hranice, urobili sme experimenty s modelom slovenskej železničnej siete s množinou 457 významných staníc [4]. Dané percento staníc bolo považované za množinu možných umiestnení (vlakotvorné stanice) I. Percentá boli 10 %, 20 %, 30 %, 40 %, 50 %, 60 % a zodpovedajúce označenie tried úloh bolo postupne N02, N04, N06, N08, N10 a N12. Každá trieda pozostávala z deviatich úloh. Experimenty boli vykonané na osobnom počítači-

the objective value of a dual feasible solution serves as the lower estimation, when the reduced dual problem for model (1)-(5) is:

$$\text{maximize } g(v) = \sum_{j \in J} v_j \quad (13)$$

$$\text{subject to } \sum_{j \in J} \max\{v_j - c_{ij}, 0\} \leq f_i \quad \text{for } i \in N \quad (14)$$

$$v_j \leq \min\{c_{ij} : i \in V\} \quad \text{for } j \in J \quad (15)$$

Computing the lower bound, the dual ascent algorithm [3] is used to get a good feasible solution of (13)-(15). Then the lower bound is improved by the dual adjustment algorithm and the process is repeated until any improvement of  $g(v)$  is obtained.

The lower bound of the network design problem [1] can be obtained as the lower bound of LP-relaxation (6)-(12) as well. To get a good feasible dual solution, the following model can be used:

In this case, the dual ascent improvement is made by an increasing of  $w_{ij}^{rs}$  and by following the solution of the shortest path problems in the reduced network, in which the cost of arc  $(i, j)$  is equal to  $c_{ij}^{rs} + w_{ij}^{rs}$ .

## 5. Computational Study

To answer the question if Erlenkotter's bound can be improved by some other lower bound construction in some instants, experiments were carried out on a model of the Slovak

Tab. 1

Network	AvgTime	StdTime
N02	0.8	0.6
N04	10.8	11.1
N06	76.4	111.9
N08	106.3	107.5
N10	693.6	967.4
N12	1050.0	1604.4

railway network with a set of 457 significant stations [4]. A given percentage of the stations was taken as possible facility locations (train-forming stations) to form set I. The percentages were 10%, 20%, 30 %, 40 %, 50 %, 60 % and associated notation of the class of instances were N02, N04, N06, N08, N10 and N12 respectively. Nine instances were

čaci Pentium 75 MHz a ukázalo sa, že v žiadnom prípade neboli iné konštrukcie dolnej hranice lepšie ako Erlenkotterova hranica. Priemerný čas výpočtu v sekundách a smerodajná odchýlka pre deväť úloh každej triedy sú uvedené v tabuľke 1.

Aby sme porovnali rôzne typy výpočtu dolnej hranice pre úlohu návrhu siete, testovali sme tri prístupy. Postupne sme urobili Lagrangeovu relaxáciu a jednoduchú relaxáciu (7) a potom sme zlepšili získanou dolnú hranicu v prvom a druhom prípade dodaním saturačnej podmienky. V prvom prípade sme použili subgradientovú metódu pre zlepšenie dolnej hranice.

V treťom prípade sme použili Balakrishnanov prístup založený na duálnom vzostupe [1]. Pre veľké časové nároky boli experimenty urobené na piatich sieťach s  $n = 5$ . Experimenty boli urobené na vyššie uvedenom osobnom počítači a ukázali, že žiadna iná testovaná hranica nebola lepšia ako tá, ktorá bola získaná pomocou duálneho vzostupu. Čas výpočtu v sekundách a počet preskúmaných vetiev je uvedený v tabuľke 2.

## Literatúra

- [1] BALAKRISHNAN, A., MAGNANTI, T., L., WONG, R., T.: A Dual-Ascent Procedure for Large-Scale Uncapacitated Network Design. *Ops. Res.*, Vol. 37, No. 5, Sept-Oct 1989, pp. 716-740
- [2] CENEK, P.: Metody optimálneho výberu kombinácie stredisek obsluhy. *Práce a štúdie VŠDS, Séria kybernetická*, Vol. 1, Alfa, Bratislava, 1982, pp. 61-74
- [3] ERLKOTTER, D.: A Dual-Based Procedure for Uncapacitated Facility Location. *Operations Research*, Vol 26, No 6, November-December 1978, pp. 992-1009
- [4] JANÁČEK J., KOVAČIKOVÁ J.: Exact Solution Techniques for Large Location Problems. In: *Proceedings of the Mathematical Methods in Economics*, Ostrava, Sept. 9-11, 1997, pp. 80-84
- [5] JÁNOŠÍKOVÁ, L.: An Adaptation of the Tabu search Metaheuristic to the Problem of Transportation Planning. In: *Proceedings of Transportation Systems, IFAC/IFIP/IFORS*, Chania, Greece, 16.-18. June 1997, pp. 765-768
- [6] KUBANOVÁ, J., ČAPEK, J., LINDA, B.: Problem of Location of Recycling Centres. In: *Proceedings of the Mathematical Methods in Economics*, Ostrava, Sept. 9-11, 1997, pp. 111-113
- [7] REEVES, C., R.: *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems*. Oxford Blackwell Scientific Publications, 1993, 320 p.

Recenzenti: B. Linda, Š. Peško

obtained for each class with the given set of facility locations. The experiments were carried out on a personal computer with Pentium 75 MHz and showed that no instance of other tested bounds was better than the Erlenkotter's one. Average time of computations in seconds and standard deviations of nine instances for each class are reported in Table 1.

To compare various types of lower bound of the network design problem, three approaches were tested. We made

Tab. 2

Network	Subgradient		Saturation		Dual Ascent	
	Time [s]	Nodes	Time [s]	Nodes	Time [s]	Nodes
Pr05-1.dat	11783	40651	3129	40229	51	647
Pr05-2.dat	10748	42175	3603	46304	149	1883
Pr05-3.dat	19288	45099	3779	48518	106	1352
Pr05-4.dat	16055	59844	5050	64592	143	1808
Pr05-5.dat	11794	45110	2780	35813	205	2596
Average	13934	46576	3668	47091	131	1657
Std. Dev.	3624	7662	867	10991	57	719

Lagrangean and simple relaxation of (7) respectively and then we improved the obtained lower bound by additional saturation constraints in both cases.

In the first case we used the subgradiental method to improve the lower bound.

The third tested approach was Balakrishnan's dual ascent procedure [1]. Due to the large time consumption of the problem solution, the experiments

were carried out only on five net-

works with  $n = 5$  on the above mentioned personal computer and they showed that no instant of other tested bounds was better than the dual ascent one. The time of the computations in seconds and the number of branching nodes are reported in Table 2.

## References

- [1] BALAKRISHNAN, A., MAGNANTI, T., L., WONG, R., T.: A Dual-Ascent Procedure for Large-Scale Uncapacitated Network Design. *Ops. Res.*, Vol. 37, No. 5, Sept-Oct 1989, pp. 716-740
- [2] CENEK, P.: Metody optimálneho výberu kombinácie stredisek obsluhy. *Práce a štúdie VŠDS, Séria kybernetická*, Vol. 1, Alfa, Bratislava, 1982, pp. 61-74
- [3] ERLKOTTER, D.: A Dual-Based Procedure for Uncapacitated Facility Location. *Operations Research*, Vol 26, No 6, November-December 1978, pp. 992-1009
- [4] JANÁČEK J., KOVAČIKOVÁ J.: Exact Solution Techniques for Large Location Problems. In: *Proceedings of the Mathematical Methods in Economics*, Ostrava, Sept. 9-11, 1997, pp. 80-84
- [5] JÁNOŠÍKOVÁ, L.: An Adaptation of the Tabu search Metaheuristic to the Problem of Transportation Planning. In: *Proceedings of Transportation Systems, IFAC/IFIP/IFORS*, Chania, Greece, 16.-18. June 1997, pp. 765-768
- [6] KUBANOVÁ, J., ČAPEK, J., LINDA, B.: Problem of Location of Recycling Centres. In: *Proceedings of the Mathematical Methods in Economics*, Ostrava, Sept. 9-11, 1997, pp. 111-113
- [7] REEVES, C., R.: *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems*. Oxford Blackwell Scientific Publications, 1993, 320 p.

Reviewed by: B. Linda, Š. Peško

Antonín Kavička - Ludmila Jánošíková \*

# MODELOVANIE KOĽAJISKA A VÝPOČET NAJKRATŠEJ JAZDNEJ CESTY

## TRACKAGE MODELLING AND ALGORITHMS FOR FINDING THE SHORTEST TRAIN ROUTE

Článok popisuje dva modely koľajovej siete v železničnej stanici a na nich založené algoritmy výpočtu najkratšej jazdnej cesty. Prvý model - ohodnotený digraf - reprezentuje každú koľaj a výhybkovú koľaj pomocou dvoch vrcholov. Hrany predstavujú prípustné prechody medzi koľajami. Druhý model - hranovo ohodnotený neorientovaný graf - modeluje koľaje a výhybkové koľaje pomocou hrán. Vrcholy v ňom predstavujú spojenia medzi koľajami. Pre obidva modely boli navrhnuté a overené algoritmy hľadania jazdnej cesty, ktoré rešpektujú pravidlá pre pohyb koľajových vozidiel, ako aj dĺžku vlaku a obsadenie koľají inými koľajovými vozidlami.

### 1. Úvod

Jedným z problémov riešených na Katedre dopravných sietí FRI ŽU je počítačová simulácia prevádzky na železnici [1, 2, 4, 5, 6, 7]. Podarilo sa nám vytvoriť a v praxi overiť simulačný model zriaďovacej stanice.

Základnou úlohou zriaďovacej stanice je prijímanie, rozpúšťanie a tvorba nákladných vlakov, ako aj obsluha vlakov tranzitných a skupinových. Vozne, ktoré prišli do stanice vo vlakoch zo zaústujúcich tratí alebo zo záťaže z vlastného uzla, sa triedia podľa miesta alebo podľa smeru určenia a vytvárajú sa z nich nové nákladné vlaky, odvážajúce záťaž do miesta určenia alebo do inej vlakotvornej stanice. Doba pobytu vozňa v zriaďovacích staniaciach tvorí významnú časť doby obehu vozňa v rámci železničnej siete. Aby služby poskytované železničnou nákladnou dopravou boli čo najkvalitnejšie, snažíme sa dobu obehu vozňa minimalizovať. Jednou z ciest, ako to dosiahnuť, je znížiť počet stanic, v ktorých je vozeň prepravovaný na jeho ceste z východiskovej do cieľovej stanice. Je teda nutné koncentrovať vlakotvorbu do veľkých triediacich stanic a menšie stanice rušiť. Vo veľkých staniaciach však potom stúpajú požiadavky na dokonalú organizáciu práce a efektívne využitie všetkých zdrojov. Náš simulačný model poskytuje informácie o kapacitných možnostiach triediacich stanic, o dôsledkoch ich prípadnej rekonštrukcie a o využití technických a ľudských zdrojov. Perspektívne by mohol tiež slúžiť ako podporný prostriedok pre rozhodovanie dispečera v reálnom čase.

This paper deals with two models of track network in a railway station and algorithms for finding the shortest train route. In the first model - a weighted digraph - two vertices represent a track or a switch track. Edges of a digraph are understood as the possible transitions between tracks. In the second model - a non-oriented edge weighted graph - the edges represent tracks and the vertices match the connections between tracks. Algorithms for finding a shortest route were designed and verified for both models. These algorithms respect rules for the movement of rail vehicles, as well as their length and the occupation of tracks by other rolling stock.

### 1. Introduction

The Department of Transport Networks (University of Žilina) has been working in the field of computer simulation applied to the operation of railway systems for many years [1, 2, 4, 5, 6, 7]. We have been developing a complex simulation model of a marshalling yard operation in recent years. The mentioned model has been verified and already applied within the frame of several real projects.

The basic task of a marshalling yard is to receive, sort and form freight trains, as well as to attend transit trains and group trains. The train cars coming from railway tracks, which flow into or originate from the station, are sorted according to the place or the direction of destination. New goods trains transport the freight to the station of destination or to an intermediate station. The sojourn time of a train car in a station represents an important part of the circulation time of a train car on the railway network. To improve the services of railway freight traffic, the circulation time of a train car should be as short as possible. One of the possible solutions of this task is to reduce the number of stations in which the train car is handled on its way from the station of origin to the station of destination. Trains should be formed in big marshalling yards and small marshalling yards should be cancelled. However, the requirements for perfect organisation of operation in big stations then increase. Our simulation model gives information about the utilisation of service means of the marshalling yard

\* Ing. Antonín Kavička, PhD., Ing. Ludmila Jánošíková, CSc.

University of Žilina, Faculty of Management Science and Informatics, Department of Transport Networks

Ďalšou oblasťou, v ktorej možno využiť počítačový simulačný model, je laboratórna výučba študentov - budúcich dispečerov.

Pri tvorbe počítačového simulačného modelu (ďalej len simulačného modelu) sa uplatňujú poznatky z rôznych vedných odvetví, ako sú počítačová simulácia, teória pravdepodobností, teória hromadnej obsluhy, teória databáz, programovacie techniky. Tieto vedné odbory majú v simulácii všeobecné uplatnenie. Okrem toho sú však pri tvorbe modelu nevyhnutné vedomosti zo špecifických oblastí súvisiacich so simulovaným procesom. Pri simulácii prevádzky železničnej stanice potrebujeme nástroje a metódy matematickej teórie dopravy a teórie grafov. Avšak často pristupy a metódy z práve menovaných oblastí nemožno v simulačnom modeli aplikovať priamo, ale je potrebné ich upraviť podľa potrieb simulačného modelu.

Otázka vhodného modelovania železničnej koľajovej siete v stanici je jednou z prvých, na ktoré musíme pri tvorbe simulačného modelu stanice odpovedať. Železničnú koľajovú sieť v stanici (koľajisko) chápeme ako dopravnú sieť, po ktorej sa pohybujú koľajové vozidlá. Pohyb koľajových vozidiel v koľajisku je limitovaný jednak istými technickými obmedzeniami (napr. vlaky sa na koľaji nemôžu predbiehať, ďalej nie je možné, aby koľajové vozidlo, ktoré príde na výhybku, z nej ďalej pokračovalo v pohybe po ľubovoľnej koľaji, ktorá je s ňou spojená a pod.), a jednak železničnými technologickými predpismi (napr. pri premiestňovaní posunovacej lokomotívy z vchodovej skupiny koľají na odchodovú skupinu nemôže lokomotíva prechádzať po koľaji na zväznom pahorku).

Pri modelovaní koľajiska (podobne ako pri modelovaní iných dopravných sietí) je vhodné použiť nástroje teórie grafov. Pri návrhu modelu koľajiska sa navyše musí zohľadniť:

- špecifický charakter železničnej koľajovej siete (s jej vyššie uvedenými technickými a technologickými obmedzeniami),
- miera podrobnosti, s ktorou chceme sledovať infraštruktúru koľajiska,
- špecifický charakter pohybu koľajových vozidiel v koľajisku a
- požadovaná miera presnosti, s ktorou chceme pohyby koľajových vozidiel sledovať.

Keď modelujeme pohyb koľajových vozidiel, nemôžeme zanebrať ich dĺžku, tzn. nemôžeme ich považovať za hmotné body o nulových dĺžkach. Ďalej si musíme uvedomiť, že presun koľajového vozidla z jeho východiskovej do danej cieľovej pozície nemožno vždy uskutočniť bez zmeny smeru pohybu (niekedy je nutné pohyb v jednom smere zastaviť a potom nechať koľajové vozidlo pokračovať v jeho pohybe opačným smerom než pred zastavením).

Tvorca modelu koľajiska stojí teda pred problémom, aký typ grafu a akú jeho implementáciu na počítači zvolí, aby boli zohľadnené vyššie uvedené skutočnosti. Pri návrhu modelu musíme, samozrejme, vziať do úvahy aj to, aké úlohy chceme riešiť. Pri riadení prevádzky v železničnej stanici je jednou z najčastejšie riešených úloh vyhľadanie prípustnej, a pokiaľ možno najkratšej trasy pre premiestnenie vozidiel v koľajisku. V simulačnom modeli je nevyhnutné automatické riešenie tejto úlohy počítačom.

(tracks, shunting locomotives, working gangs) as well as information about the consequences of changes in trackage infrastructure, work schedule and technological procedures. The model could also serve as a support tool for dispatcher's decisions or as a training tool for future student dispatchers.

In creating a computer simulation model, knowledge of various branches such as computer simulation, probability theory, queuing theory, database theory and programming techniques is valuable. Simulation uses these branches of science. In addition, other specific knowledge connected with the simulated processes is needed for the process of model creation. For simulation of the operation of a marshalling yard, we need the tools and methods of mathematical transport theory and graph theory. However, the approaches and the methods of the mentioned branches often cannot be applied to a simulation model directly. They have to be settled according to needs of a model.

One of the first questions we are supposed to answer when simulating a marshalling yard operation is how to model track network (trackage) in a station. The track network in a station is a transport network where the rolling stock move. The rail vehicles movements are limited by certain technical restrictions (e.g. trains cannot outrun each other on the same track, a rail vehicle that comes to a switch cannot go on using an arbitrary track connected with a switch, etc.). Further, the movement has to respect railway technological rules (e.g. a shunting locomotive cannot pass a hump track transferring from reception tracks to departure tracks).

To model a trackage (like other transport networks) we can use the tools of graph theory. In addition, we have to take into account:

- The specific character of the railway track network (with its above mentioned technical and technological restrictions),
- The level of details which we want to investigate on a trackage infrastructure,
- The specific character of the movement of rail vehicles on a trackage, and
- The required precise degree of rail vehicles movements.

When modelling the movement of rail vehicles we cannot neglect their length. They cannot be regarded as objects with zero lengths. Further, we should realise that sometimes a rail vehicle cannot transfer from its original position to the certain destination position without changing the direction of its movement. Sometimes it is necessary to stop the movement in one direction and then to let the rail vehicle go on in the opposite direction.

The designer has to choose such a graph and its computer implementation in order to take this into consideration. Model design must be adjusted to the problems which need to be solved. One of the most often solved problems (managing a marshalling yard operation) is to find the shortest admissible route for a transfer of the rail vehicle on a trackage. In a computer simulation model, it is necessary to solve this problem automatically with a convenient algorithm.

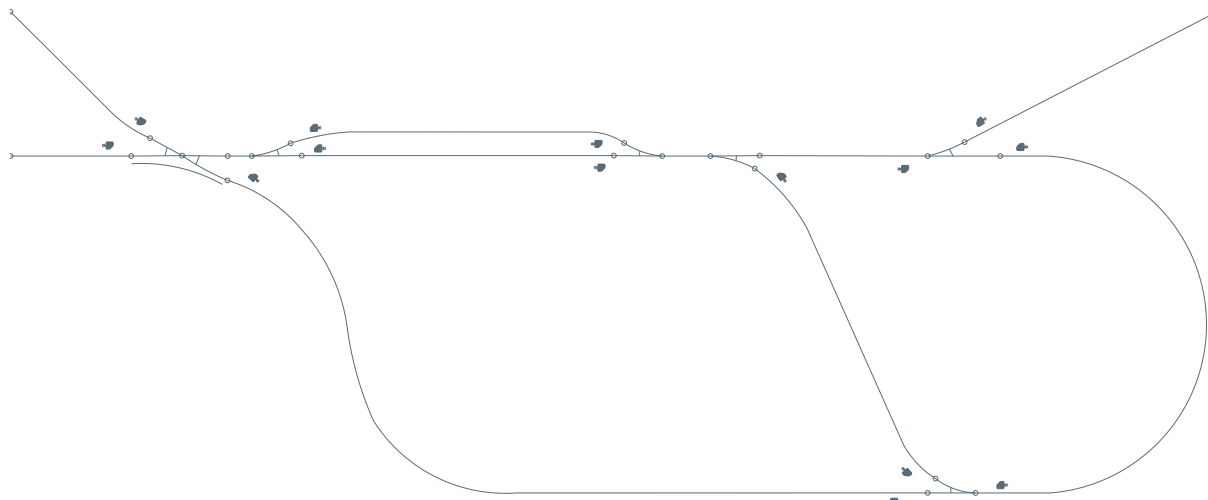


S ohľadom na špecifický charakter železničnej kolajovej siete, špecifický charakter pohybu kolajových vozidiel a s cieľom poskytnúť podporu pre automatický výpočet najkratšej jazdnej cesty v kolajisku sme navrhli dva rôzne spôsoby modelovania kolajiska. Prvým z nich je ohodnotený digraf (orientovaný graf), v ktorom je každá kolaj reprezentovaná pomocou dvoch vrcholov a hrany predstavujú prípustné prechody medzi kolajami. Druhý model - hranovo ohodnotený neorientovaný graf - modeluje kolaje pomocou hrán. Vrcholy v ňom predstavujú spojenia medzi kolajami. Pre každý model sme vypracovali algoritmus pre výpočet najkratšej jazdnej cesty. Obe dva modely a princípy algoritmov sú ukázané v nasledujúcich kapitolách.

## 2. Ohodnotený digraf ako model kolajiska

Ohodnotený digraf predstavuje dosť zložitý model kolajiska. Výhodou však je, že optimálnou trasou na premiestnenie vlaku z jednej kolaje na druhú je v tomto modeli najkratšia cesta z jedného vrcholu do druhého, ktorú možno vyhľadať pomocou známych metód, napr. Dijkstrovým algoritmom.

Model budeme ilustrovať na časti kolajiska podľa obr. 2.1. Plán na obr. 2.1 bol zostrojený pomocou grafického editora AutoCAD LT. Sú v ňom znázornené kolaje, výhybky a návěstidlá.



Obr. 2.1. Časť kolajiska  
Fig. 2.1 A part of a trackage

Pri zostavovaní modelu sa uplatnia niektoré myšlienky Zelinku, ktorý sa zaoberal polárnymi grafmi [7]. Postup návrhu modelu môžeme zhrnúť do štyroch krokov:

1. Vytvoríme graf  $G_0$ , v ktorom hrany reprezentujú kolaje a vrcholy predstavujú spojenia medzi kolajami (obr. 2.2). Kolaje, ktoré tvoria výhybku, sú reprezentované samostatnými hranami. V tejto fáze návrhu ešte nie sú definované pra-

With regard to the specific character of a railway track network, the specific character of the movement of rail vehicles, and the aim of giving support for automatic calculation of the shortest route on a trackage, two different methods of trackage modelling were designed. The first model is represented by a weighted digraph. Two vertices of a digraph represent a track. The edges reflect the possible transitions between the tracks. The second model is a non-oriented edge weighted graph whose edges represent tracks and vertices match the connections between tracks. For both models, algorithms for finding the shortest route were designed. The mentioned models and the principles of algorithms are presented in the following chapters.

## 2. A weighted digraph as a trackage model

A weighted digraph is a rather complex model of a trackage. However, this model also presents an advantage. The shortest path between a pair of vertices represents an optimal route for train transfer from one track to another. The shortest path can be calculated by well-known methods ( e.g. Dijkstra's algorithm).

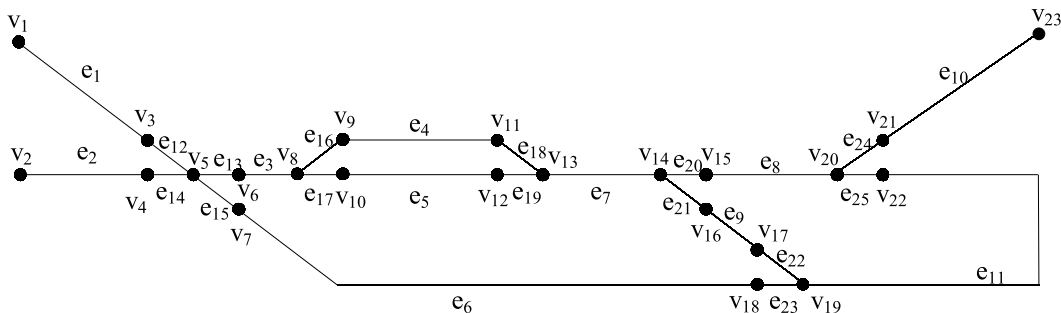
The model will be illustrated on a part of a trackage shown in Fig. 2.1. The plan in Fig. 2.1 was drawn using a graphic editor AutoCAD LT. The tracks, switches and signals can be seen on the plan.

The ideas of B. Zelinka are used [8] concerning polar graphs within the frame of model design process. That process can be summarised into four steps:

1. Construct graph  $G_0$  whose edges represent the tracks and the vertices represent the connections between tracks (Fig. 2.2). The switch tracks are represented by independent edges. In this step, the rules for passing through switches have not yet

vidlá pre prejazd cez výhybky. Najkratšou trasou pre pre-miestnenie vlaku je v grafe  $G_0$  sled medzi dvoma hranami.

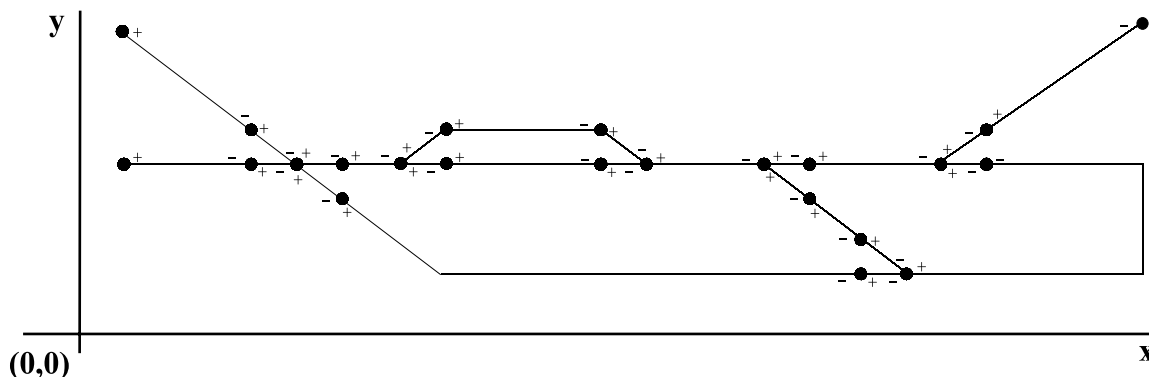
been defined. The shortest walk between the pair of edges in graph  $G_0$  represents the shortest route for train transfer.



Obr. 2.2. Graf  $G_0$   
Fig. 2.2 Graph  $G_0$

2. Opačné konce hrán grafu  $G_0$  označíme opačnými znamienkami. Pomôžeme si pritom tak, že si predstavíme umiestnenie grafu  $G_0$  v súradnicovom systéme (obr. 2.3). Každý vrchol grafu potom môžeme stotožniť s koncami hrán, ktoré sú s ním incidentné, napr.  $v_3 \equiv e_1^- \equiv e_{12}^+$ .

2. Label the opposite endpoints of each edge of graph  $G_0$  with opposite signs. We can imagine that graph  $G_0$  is placed in a two-dimensional co-ordinate system (Fig. 2.3). The edge endpoint with a lesser x-coordinate gets the sign (+) and the opposite one (-). Each vertex can be then identified with the endpoints of incident edges, e.g.  $v_3 \equiv e_1^- \equiv e_{12}^+$ .



Obr. 2.3. Graf  $G_0$  - označenie opačných koncov hrán  
Fig. 2.3 Graph  $G_0$  - labelling of the opposite endpoints of edges

3. Vykonáme transformáciu grafu  $G_0$  na polárny graf  $G_1$  (obr. 2.4). Každý hrane grafu  $G_0$  odpovedá v grafe  $G_1$  vrchol s dvoma pólmi. Póly vrcholu reprezentujú opačné konce hrany. V grafe  $G_1$  vrcholy reprezentujú koľaje a výhybkové koľaje. Dva vrcholy grafu  $G_1$  sú spojené hranou vtedy, keď sú zodpovedajúce hrany v grafe  $G_0$  susedné. Napr. v grafe  $G_0$  sú susedné hrany  $e_1$  a  $e_{12}$ , preto v grafe  $G_1$  bude hrana  $[v_1^-, v_{12}^+]$ , ktorá je incidentná s pólom - vrcholu  $v_1$  a s pólom + vrcholu  $v_{12}$ . Pri určovaní pólův krajných vrcholo v hrany v grafe  $G_1$  využijeme označenie vrcholov grafu  $G_0$  pomocou koncov hrán, ako bolo naznačené v predchádzajúcom odseku ( $v_3 \equiv e_1^- \equiv e_{12}^+$ ). Hrana v grafe existuje vtedy, keď je technicky prípustné, aby koľajové vozidlo prešlo priamo z koľaje mode-

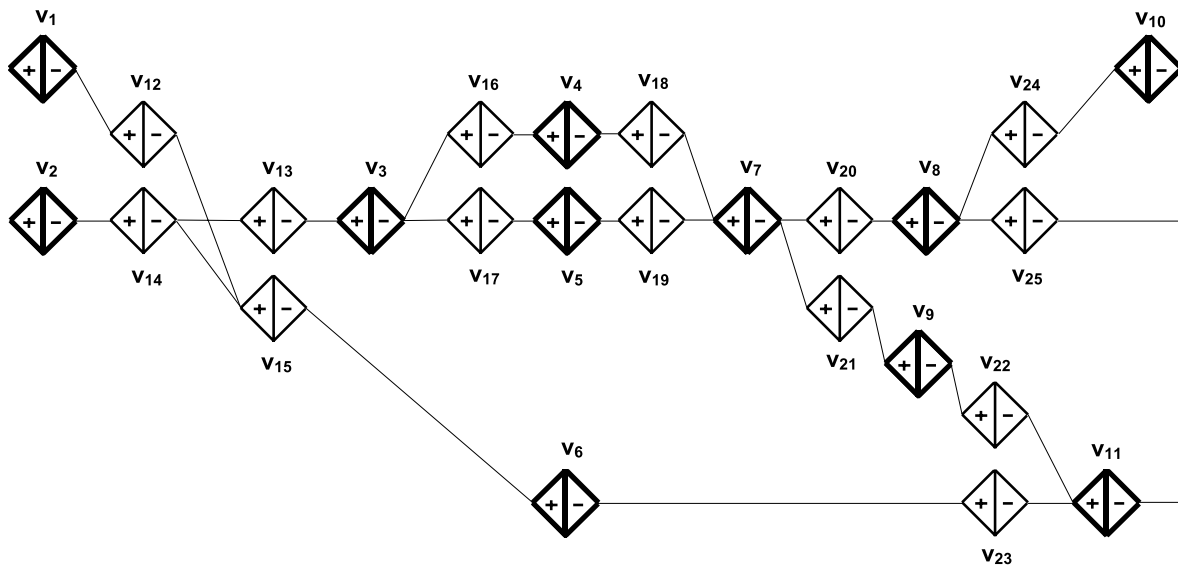
3. Transform graph  $G_0$  into the polar graph  $G_1$  (Fig. 2.4). Each edge of graph  $G_0$  corresponds to a vertex with two poles in graph  $G_1$ . Vertex poles represent opposite endpoints of the edge. The vertices of graph  $G_1$  represent tracks and switch tracks. Two vertices of  $G_1$  are connected with an edge if the corresponding edges of  $G_0$  are adjacent. For example, the edges  $e_1$  and  $e_{12}$  are adjacent in  $G_0$  thus the edge  $[v_1^-, v_{12}^+]$  that is incident with the - pole of vertex  $v_1$  and the + pole of vertex  $v_{12}$  will be in  $G_1$ . In addition, an edge exists in  $G_1$  only if it is technically allowed for a rail vehicle to transit from the track modelled by the first vertex to the track modelled by the second one. For example, on the single-slip switch, which is composed of tracks  $e_{12}$ ,  $e_{13}$ ,  $e_{14}$  and  $e_{15}$ , a rail vehicle can go

lovanej prvým vrcholom na koľaj modelovanú druhým vrcholom. Napr. na polovičnej anglickej výhybke tvorenej koľajami  $e_{12}$ ,  $e_{13}$ ,  $e_{14}$  a  $e_{15}$  môžeme prejsť z koľaje  $e_{12}$  len na koľaj  $e_{15}$ . Pretože typ výhybky neumožňuje prechod z  $e_{12}$  na  $e_{13}$  ani z  $e_{12}$  na  $e_{14}$ , nie je v grafe  $G_1$  hrana medzi vrcholmi  $v_{12}$  a  $v_{13}$  ani medzi  $v_{12}$  a  $v_{14}$ , ale len hrana  $[v_{12}^-, v_{15}^+]$ .

4. Výsledným modelom je digraf  $G_2$  (obr. 2.5), ktorý dostaneme transformáciou polárneho grafu  $G_1$ .

from track  $e_{12}$  just to track  $e_{15}$ . It means that we can construct the edge  $[v_{12}^-, v_{15}^+]$ . It is not allowed on this type of switch to transit either from  $e_{12}$  to  $e_{13}$  or from  $e_{12}$  to  $e_{14}$ . Therefore, the edges between vertices  $v_{12}$ ,  $v_{13}$  and between  $v_{12}$ ,  $v_{14}$  do not exist.

4. Transform polar graph  $G_1$  to digraph  $G_2$  (Fig. 2.5), which represents the final model.



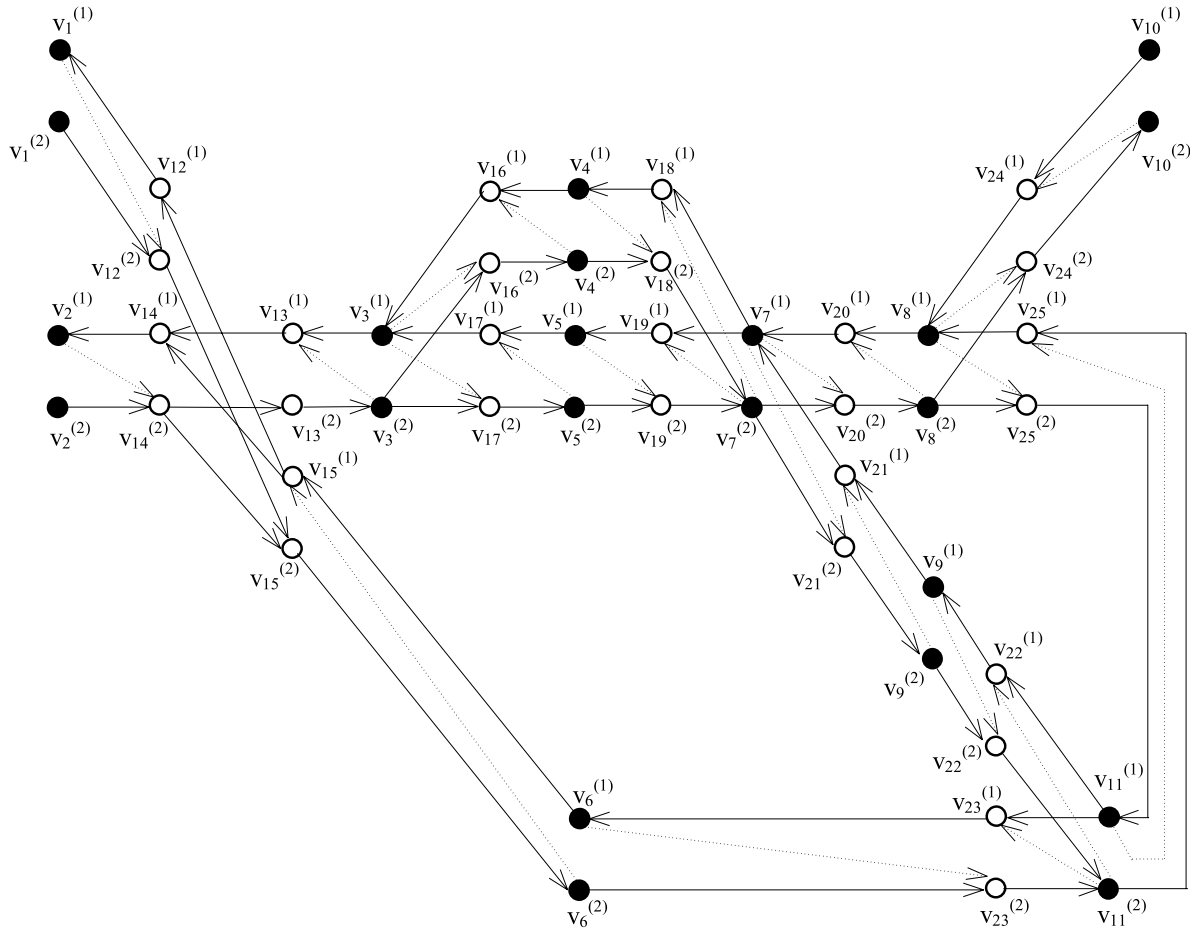
Obr. 2.4. Polárny graf  $G_1$   
Fig. 2.4 Polar graph  $G_1$

Každý vrchol  $v_i$  grafu  $G_1$  je v grafe  $G_2$  reprezentovaný dvojicou vrcholov  $v_i^{(1)}$ ,  $v_i^{(2)}$ , čo znamená, že koľaj možno prechádzať dvoma opačnými smermi. Hrany grafu  $G_2$  môžeme rozdeliť na *tranzitné* (znázornené plnou čiarou) a *reverzné* (znázornené čiarokovanou čiarou). Tranzitné hrany vyjadrujú možnosť prejazdu (tranzitu) koľaje modelovanej vrcholom, z ktorého hrana vychádza, s cieľom dosiahnuť ďalšiu koľaj. Reverzné hrany vyjadrujú skutočnosť, že vlak môže zmeniť smer pohybu (vykonať reverziu) na koľaji, ktorá je modelovaná počiatočným vrcholom hrany.

Každý hrane grafu  $G_1$  odpovedá dvojica tranzitných hrán v grafe  $G_2$ . Otázkou zostáva, ktoré z vrcholov  $v_i^{(1)}$ ,  $v_i^{(2)}$ ,  $v_j^{(1)}$ ,  $v_j^{(2)}$ , grafu  $G_2$  budú počiatočnými a ktoré koncovými vrcholmi tranzitných hrán, keď v grafe  $G_1$  existuje hrana medzi  $v_i$  a  $v_j$ . Odpoveď nájdeme v tabuľke 2.1. V prvom stĺpci tabuľky je zaznamenané, s ktorými pólmi vrcholov  $v_i$  a  $v_j$  grafu  $G_1$  je hrana incidentná. V druhom stĺpci tabuľky je potom pre každý variant uvedená odpovedajúca dvojica tranzitných hrán v  $G_2$ . Tretí stĺpec tabuľky ukazuje spôsob konštrukcie reverzných hrán. Reverzné hrany môžu vychádzať len z vrcholov, ktoré reprezentujú koľaje (nie výhybkové koľaje). Pritom sa predpokladá, že celý vlak stojí pri reverzii na jednej koľaji. V grafe  $G_2$  nie je modelovaná situácia, že vlak môže pri reverzii obsadiť viacej koľají. Pre každú tranzitnú

Each vertex  $v_i$  of graph  $G_1$  is in graph  $G_2$  represented by a couple of vertices  $v_i^{(1)}$ ,  $v_i^{(2)}$ . It means that a track can be passed in two opposite directions. Edges of  $G_2$  can be divided into *transit* edges (drawn by solid lines) and *reverse* edges (drawn by dotted lines). A transit edge expresses the possibility of a train transit through the track (modelled by the initial vertex of the edge) with the aim of reaching the next track. A reverse edge enables a train to change the direction of its movement (to make a reverse) on the track that is modelled by the initial vertex of the edge.

Each edge of  $G_1$  corresponds to a couple of transit edges of  $G_2$ . However, there is a problem. Let us consider an edge between  $v_i$  and  $v_j$  in  $G_1$ . Which vertex  $v_i^{(1)}$ ,  $v_i^{(2)}$ ,  $v_j^{(1)}$ ,  $v_j^{(2)}$  of graph  $G_2$  will be the initial and terminal vertices of transit edges? The table 2.1 gives the answer. The poles of vertices  $v_i$  and  $v_j$  of graph  $G_1$ , to which the edge is incident, are shown in the first column of the table. For each variant, a corresponding coupling of transit edges of  $G_2$  is written in the second column. The third column of the table shows the reverse edge construction. A reverse edge can just come out from the vertex, which represents the track (not switch track) on which the whole train can reverse. Graph  $G_2$  does not model the situation where a train can occupy more tracks making a reverse. For each transit edge with a terminal vertex  $v_j^{(1)}$



Obr. 2.5. Digraf  $G_2$   
Fig. 2.5 Digraph  $G_2$

hranu, ktorej koncovým vrcholom je alebo  $v_j^{(1)}$ ,  $v_j^{(2)}$  vytvoríme reverznú hranu podľa pravidla v tab. 2.1. Napr. k tranzitnej hrane  $(v_{17}^{(2)}, v_5^{(2)})$  zostrojíme reverznú hranu  $(v_5^{(2)}, v_{17}^{(1)})$ .

or  $v_j^{(2)}$ , we construct a reverse edge according to the rule given in Tab. 2.1. For example, we construct the reverse edge  $(v_5^{(2)}, v_{17}^{(1)})$  which is based on the existence of transit edge  $(v_{17}^{(2)}, v_5^{(2)})$ .

Transformácia hrán grafu  $G_1$  na hrany grafu  $G_2$

Tab. 2.1

Graf $G_1$		Tranzitné hrany v digrafe $G_2$	Reverzné hrany v digrafe $G_2$
$v_i$	$v_j$		
+	-	$v_i^{(1)} \rightarrow v_j^{(1)}$	$v_j^{(1)} \rightarrow v_i^{(2)}$
		$v_j^{(2)} \rightarrow v_i^{(2)}$	
-	+	$v_i^{(2)} \rightarrow v_j^{(2)}$	$v_j^{(2)} \rightarrow v_i^{(1)}$
		$v_j^{(1)} \rightarrow v_i^{(1)}$	
+	+	$v_i^{(1)} \rightarrow v_j^{(2)}$	$v_j^{(2)} \rightarrow v_i^{(2)}$
		$v_j^{(1)} \rightarrow v_i^{(2)}$	
-	-	$v_i^{(2)} \rightarrow v_j^{(1)}$	$v_j^{(1)} \rightarrow v_i^{(1)}$
		$v_j^{(2)} \rightarrow v_i^{(1)}$	

Transformation of edges of  $G_1$  to edges of  $G_2$

Tab. 2.1

Graph $G_1$		Transit edges of digraph $G_2$	Reverse edges of digraph $G_2$
$v_i$	$v_j$		
+	-	$v_i^{(1)} \rightarrow v_j^{(1)}$	$v_j^{(1)} \rightarrow v_i^{(2)}$
		$v_j^{(2)} \rightarrow v_i^{(2)}$	
-	+	$v_i^{(2)} \rightarrow v_j^{(2)}$	$v_j^{(2)} \rightarrow v_i^{(1)}$
		$v_j^{(1)} \rightarrow v_i^{(1)}$	
+	+	$v_i^{(1)} \rightarrow v_j^{(2)}$	$v_j^{(2)} \rightarrow v_i^{(2)}$
		$v_j^{(1)} \rightarrow v_i^{(2)}$	
-	-	$v_i^{(2)} \rightarrow v_j^{(1)}$	$v_j^{(1)} \rightarrow v_i^{(1)}$
		$v_j^{(2)} \rightarrow v_i^{(1)}$	

V grafe  $G_2$  sú ohodnotené vrcholy i hrany. Ohodnotenie vrcholu odpovedá dĺžke koľaje, ktorú daný vrchol reprezentuje, pričom platí, že ohodnotenie vrcholov  $v_i^{(1)}$  a  $v_i^{(2)}$  je zhodné. Ohodnotenie hrán je nasledujúce:

- ohodnotenie tranzitnej hrany odpovedá dĺžke koľaje, ktorá je modelovaná počiatočným vrcholom hrany;
- ohodnotenie všetkých reverzných hrán je zhodné a odpovedá dĺžke objektu premiestnenia. (Ohodnotenie reverzných hrán teda nie je hranám trvalo priradené v modeli koľajiska, ale určí sa až na začiatku algoritmu pre vyhľadanie najkratšej cesty.)

Najkratšiu trasu pre premiestnenie vlaku z počiatočnej na cieľovú koľaj chápeme v grafe ako najkratšiu cestu medzi dvoma vrcholmi. Na jej výpočet môžeme použiť po malých úpravách ľubovoľný algoritmus, ktorý vyhľadá najkratšiu cestu z počiatočného do koncového vrcholu. Môžeme použiť napr. Dijkstrov algoritmus, ktorý však treba upraviť tak, aby rešpektoval

1. dĺžku vlaku, ktorý chceme premiestniť,
2. aktuálne obsadenie koľajiska.

Obidve požiadavky sú parametrami algoritmu a v priebehu výpočtu sa neaktualizujú. Ako už bolo uvedené vyššie, podľa dĺžky vlaku sa ohodnotia reverzné hrany, takže dĺžka najkratšej cesty bude potom odpovedať skutočnej vzdialenosti, ktorú vlak prejde. Obsadenie koľajiska sa reprezentuje ako vektor reálnych čísiel  $o$ . Každý prvok vektora odpovedá jednému vrcholu grafu  $G_2$  a udáva, aká je voľná kapacita koľaje reprezentovanej daným vrcholom (od príslušného konca koľaje). Ak je koľaj celá voľná, sú prvky vektora  $o_{i1}$  a  $o_{i2}$  odpovedajúce vrcholom  $v_i^{(1)}$  a  $v_i^{(2)}$  zhodné a rovné dĺžke koľaje. Ak je celá koľaj obsadená, sú prvky  $o_{i1}$  a  $o_{i2}$  rovné nule. Ak už na koľaji stojí vlak, ale časť koľaje je voľná, majú prvky vektora  $o_{i1}$  a  $o_{i2}$  hodnotu odpovedajúcu voľnej dĺžke koľaje (pozri obr. 2.6). Dĺžka vlaku a voľná kapacita koľají ovplyvni značkovanie následníkov aktuálneho vrcholu: následník aktuálneho vrcholu sa môže zaradiť do množiny dočasne označených vrcholov len vtedy, ak je jeho voľná kapacita väčšia alebo rovná dĺžke vlaku (vlak sa vojde na nasledujúcu koľaj). Navyše, ak je následník koncovým vrcholom tranzitnej hrany, musí byť voľná kapacita aktuálneho vrcholu rovná ohodnoteniu danej tranzitnej hrany, čo znamená, že vlak môže prejsť cez koľaj, na ktorej sa práve nachádza.

O najkratšej ceste z jedného počiatočného do jedného cieľového vrcholu hovoríme vtedy, ak je presne určený koniec koľaje, ktorým má vlak počiatočnú koľaj opustiť, a tiež je presne určený koniec cieľovej koľaje, cez ktorý má vlak na cieľovú koľaj prísť. Tieto situácie je dôležité rozlišovať najmä

v prípadoch, kedy premiestňovaným objektom nie je vlak, ale len lokomotíva. Keď je na počiatočnej koľaji lokomotíva pripojená k vlaku, nemôže z počiatočnej koľaje odísť cez jej ľubovoľný koniec. Podobne, ak na cieľovej koľaji stojí súprava a chceme k nej prisunúť lokomotívu, musíme špecifikovať, ku ktorému koncu

All vertices and edges of  $G_2$  are weighted. The vertex weight corresponds to the length of the track represented by the vertex. The weight of vertex  $v_i^{(1)}$  equals to the weight of vertex  $v_i^{(2)}$ . The edge weights are as follows:

- The transit edge weight corresponds to the length of the track represented by the initial vertex of the edge;
- All reverse edge weights are the same and correspond to the length of the object of transfer. (Therefore, the reverse edge weights are not permanent, but they are determined at the beginning of the procedure for finding the shortest path.)

The shortest route for a train transfer from an initial to a terminal track is understood as the shortest path between a pair of vertices of graph  $G_2$ . An arbitrary algorithm (after a little modification) that finds the shortest path from an initial to a terminal vertex can calculate it. For example, Dijkstra's algorithm can be used supposing it is modified to respect

1. the length of a train to be transferred,
2. the actual trackage occupation.

Both requirements are parameters of the algorithm and they are not actualised during the calculation. As was stated in the preceding section, reverse edges are weighted according to the length of the train. Therefore, the length of the shortest path corresponds to the real distance passed by the train. The trackage occupation is represented by a vector  $o$  of real numbers. Each element of  $o$  corresponds to one vertex of graph  $G_2$  and explains the free capacity of the track represented by this vertex (regarding the appropriate end of the track). If the whole track is free, the vector elements  $o_{i1}$  and  $o_{i2}$  corresponding to  $v_i^{(1)}$  and  $v_i^{(2)}$  are identical and equal to the length of the track. If the whole track is occupied,  $o_{i1}$  and  $o_{i2}$  equal zero. If a train occupies the track, but a part of the track is free, values  $o_{i1}$  and  $o_{i2}$  correspond to the lengths of the free parts of the track (see Fig. 2.6). The length of the train and the free capacities of tracks influence the labelling of successors of the actual vertex. A successor of the actual vertex can be labelled and then added to a search tree if its free capacity is greater or equal to the length of the train (the train fits in at the next track). In addition, if a successor is a terminal vertex of a transit edge, the free capacity of the actual vertex has to equal the weight of that transit edge, which means that a train can pass through the track on which it stands.



Obr. 2.6. Voľná kapacita obsadenej koľaje  $K_i$   
Fig. 2.6 Free capacity of occupied track  $K_i$

The shortest path from one defined initial vertex to one defined terminal vertex is computed, if it is precisely determined the endpoint of the track through which a train shall leave the initial track, as well as it is precisely determined the endpoint of the terminal track, through which a train shall come to the terminal

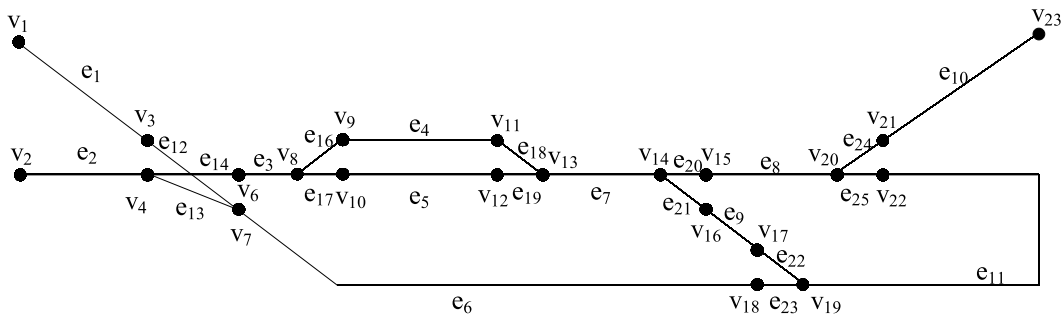
track. It is important to specify the endpoints of the tracks especially in the case where the object of transfer is not a train, but a locomotive. If a locomotive joins a train on the initial track, it cannot leave the initial track through its arbitrary endpoint. Likewise, if the train cars stand on the terminal track and we want

vlak ju chceme pripojiť, tzn. z ktorého konca má na cieľovú koľaj prísť. Navyše môže mať zmysel aj situácia, kedy má lokomotíva prísť na rovnakú koľaj, na ktorej stojí, ale z opačného konca. Ak nepotrebujeme rozlišovať jednotlivé konce počiatkovej koľaje, potom nehľadáme cestu z jedného počiatkového vrcholu, ale z množiny počiatkových vrcholov tvorenej vrcholmi  $v_i^{(1)}$  a  $v_i^{(2)}$ . Podobne, ak nešpecifikujeme koniec cieľovej koľaje, uvažujeme dvojprvkovú množinu cieľových vrcholov.

Najkratšiu cestu medzi dvoma vrcholmi grafu  $G_2$  možno ľahko pretransformovať na najkratší sled medzi dvoma hranami grafu  $G_0$ .

### 3. Model koľajiska založený na hranovo ohodnotenom grafe

Hranovo ohodnotený graf predstavuje prirodzený model koľajiska, v ktorom hrany reprezentujú koľaje a výhybkové koľaje a vrcholy predstavujú spojenia medzi koľajami. Ohodnotenie hrany odpovedá dĺžke koľaje. Na obr. 3.1 je graf  $G$  modelujúci koľajisko z obr. 2.1. Polovičná križovatková (anglická) výhybka sa modeluje bez deliaceho vrcholu v strede výhybky. Hrany, ktoré modelujú výhybku, definujú technicky možné prechody medzi koľajami, ktoré výhybka spája. Polovičná anglická výhybka na obr. 2.1 neumožňuje priamu jazdu z koľaje (hrany)  $e_1$  na koľaj  $e_3$ , preto v grafe  $G$  neexistuje hrana medzi vrcholmi  $v_3$  a  $v_6$ .



Obr. 3.1 Graf  $G$   
Fig. 3.1 Graph  $G$

Uvedený spôsob modelovania výhybiek však nedefinuje úplne pravidlá prejazdu cez výhybku. Musíme ešte definovať, že vlak nemôže prejsť priamo z jednej výhybkovej koľaje na druhú, ale že musí urobiť reverziu, t. j. prejsť cez výhybku v jednom smere, zastaviť na nasledujúcej koľaji (alebo viacerých koľajach) a až potom sa na výhybku vrátiť. Napr. pri jazde z koľaje  $e_4$  cez vrchol  $v_{11}$  na koľaj  $e_5$  cez vrchol  $v_{12}$  by vlak musel prechádzať cez koľaje  $e_{18}$ ,  $e_7$  a  $e_{19}$ . Preto definujeme množinu zakázaných odbočení. Jej prvkami sú neusporiadané dvojice hrán. Hrany z jednej dvojice modelujú koľaje jednej výhybky. Každá dvojica teda udáva, že nie je možný priamy prechod z jednej výhybkovej koľaje na druhú, ktorá je súčasťou rovnakej výhybky. Pre jednoduchú výhybku vystačíme s jednou neusporiadanou dvojicou, napr.  $[e_{18}, e_{19}]$ . U polovičnej anglickej výhybky musíme definovať dve neusporia-

to shunt a lokomotívu k nim, musíme určiť, ktorý koniec koľajky chceme pripojiť (t. j. z ktorého konca má na cieľovú koľaj prísť). Navyše môže mať zmysel aj situácia, kedy má lokomotíva prísť na rovnakú koľaj, na ktorej stojí, ale z opačného konca. Ak nepotrebujeme rozlišovať jednotlivé konce počiatkovej koľaje, potom nehľadáme cestu z jedného počiatkového vrcholu, ale z množiny počiatkových vrcholov tvorenej vrcholmi  $v_i^{(1)}$  a  $v_i^{(2)}$ . Podobne, ak nešpecifikujeme koniec cieľovej koľaje, uvažujeme dvojprvkovú množinu cieľových vrcholov.

Najkratšiu cestu medzi dvoma vrcholmi grafu  $G_2$  možno ľahko pretransformovať na najkratší sled medzi dvoma hranami grafu  $G_0$ .

### 3. A trackage model based upon an edge weighted graph

An edge weighted graph stands for a natural model of a trackage. The edges represent the tracks and the switch tracks. The vertices represent the connections between tracks. The edge weight corresponds to the length of the track. In Fig. 3.1 graph  $G$  models the trackage from Fig. 2.1. A single-slip switch is modelled without a divided vertex in the middle of a switch. The edges modelling a switch define technically allowed transits between tracks connected by a switch. The single-slip switch in Fig. 2.1 does not allow direct transit from track (edge)  $e_1$  to track  $e_3$ , that's why an edge between  $v_3$  and  $v_6$  does not exist in graph  $G$ .

This way of a switch modelling does not completely define the rules of transit through a switch. We have to define that a train cannot transit directly from one switch track to another, but it has to make a reverse. It means, in fact, that it has to transit through a switch in one direction, to stop on the next track (on more tracks, respectively) and after that return back to a switch. For example, moving from track  $e_4$  through vertex  $v_{11}$  to track  $e_5$  through vertex  $v_{12}$ , a train has to transit through tracks  $e_{18}$ ,  $e_7$  and  $e_{19}$ . That is the reason to define a set of forbidden turns. The elements of the set are represented by unordered pairs of edges. The edges of one pair model tracks of one switch. Therefore, each pair expresses the fact that a direct transit between two tracks which belong to the same switch is not possible. For a simple switch, one pair is sufficient, e.g.  $[e_{18}, e_{19}]$ . For a single-slip

dané dvojice, napr. pre polovičnú križovatkovú výhybku na grafe  $G$  by to boli dvojice  $[e_{12}, e_{13}]$  a  $[e_{13}, e_{14}]$ . Pre celú anglickú výhybku by sme potom definovali štyri neusporiadané dvojice hrán.

Najkratšou cestou pre premiestnenie vlaku z jednej koľaje na druhú je v grafe  $G$  najkratší prípustný sled z počiatočnej na cieľovú hranu. Prípustným sledom rozumieme sled, v ktorom

- žiadne dve po sebe idúce hrany netvoría zakázané odbočenie;
- súčet ohodnotení hrán, ktoré sa v slede opakujú a predstavujú koľaje, na ktorých vlak vykoná reverziu, je väčší alebo rovný dĺžke vlaku.

Najkratší prípustný sled môžeme vyhľadať pomocou Dijkstrovho algoritmu [1, 3], ale musíme ho modifikovať tak, aby rešpektoval zakázané odbočenia na výhybkách, dĺžku premiestňovaného objektu a aktuálne obsadenie koľajiska.

Pretože Dijkstra algoritmus je vrcholovo orientovaný (hľadá vzdialenosti do vrcholov grafu), musíme definovať, ako sa zakázané odbočenia prejaví vo vrcholovom okolí každého vrcholu. Predovšetkým, vrcholové okolie vrcholu definujeme vzhľadom na každú hranu, s ktorou je vrchol incidentný. Ak teda hrana  $e_l$  má krajné vrcholy  $v_k$  a  $v_z$ , potom vrcholové okolie vrcholu  $v_k$  vzhľadom ku hrane  $e_l$  bude množina obsahujúca všetky jeho susedné vrcholy okrem vrcholu  $v_z$ . Vrcholové okolie vrcholu  $v_k$  vzhľadom na hranu  $e_l$  môžeme ďalej rozdeliť na *tranzitné* a *reverzné* vrcholové okolie. V tranzitnom vrcholovom okolí vrcholu  $v_k$  sa nachádzajú také jeho susedné vrcholy  $v_r$ , že hrany incidentné s týmito vrcholmi a s vrcholom  $v_k$  netvorí s hranou  $e_l$  zakázané odbočenie. Reverzné vrcholové okolie vrcholu  $v_k$  je buď prázdne, alebo je tvorené jedným vrcholom  $v_r$ , ktorý je susedný s vrcholom  $v_k$  a hrana incidentná s vrcholom  $v_r$  a s vrcholom  $v_k$  je v zakázanom odbočení s hranou  $e_l$ . Pre ilustráciu sa vráťme k obr. 3.1 a definujeme vrcholové okolie vrcholu  $v_8$  vzhľadom na hranu  $e_{17}$ . Vrcholové okolie vrcholu  $v_8$  vzhľadom na hranu  $e_{17}$  je množina  $\{v_6, v_9\}$ , pričom  $\{v_6\}$  tvorí tranzitné a  $\{v_9\}$  reverzné vrcholové okolie vrcholu  $v_8$  vzhľadom na hranu  $e_{17}$ .

Rozdelenie vrcholového okolia vrcholu  $v_k$  na tranzitné a reverzné má význam pre značkovanie následníkov aktuálneho vrcholu. Ak následník aktuálneho vrcholu  $v_k$  je z reverzného vrcholového okolia, môžeme ho označovať len vtedy, ak za vrcholom  $v_k$  existuje dostatočne dlhá cesta v pôvodnom smere pre zastavenie vlaku. Ak takáto cesta existuje, hovoríme, že vrchol  $v_k$  je dostupný, v opačnom prípade je vrchol  $v_k$  nedostupný a nemôžeme z neho pokračovať po hrane, ktorá je v zakázanom odbočení s hranou, po ktorej sme sa do vrcholu  $v_k$  dostali. V inicializačnej fáze algoritmu sú všetky vrcholy označené ako nedostupné. Po nájdení trasy  $T_u = \{v_r, u_1, u_2, \dots, u_N, u\}$  z počiatočného vrcholu  $v_r$  do vrcholu  $u$  označíme za dostupné všetky vrcholy  $u_i$  na tejto ceste, pre ktoré platí  $d_u - d_{u_i} \geq l_O$ , kde  $d_u$ , resp. je vzdialenosť z počiatočného vrcholu  $v_r$  do vrcholu  $u$ , resp.  $d_{u_i}$  do vrcholu  $u_i$  a  $l_O$  je dĺžka vlaku (objektu premiestnenia).

Následníka aktuálneho vrcholu  $v_k$  z jeho reverzného vrcholového okolia nemôžeme teda označovať, ak vrchol  $v_k$  nie je dostupný. Vrchol, ktorý je nedostupný z dôvodu ukončenia alebo obsadenia koľajiska, musíme vrátiť do množiny neoznačených vrcholov, aby ho algoritmus mohol v ďalších krokoch označiť z iného smeru. Situácia je ilustrovaná na obr. 3.2.

switch, two unordered pairs have to be defined, e.g.  $[e_{12}, e_{13}]$  and  $[e_{13}, e_{14}]$ . For a double-s lip switch, four unordered pairs of edges are defined.

The shortest admissible walk from an initial to a terminal edge of graph  $G$  represents the shortest route for train transfer from an initial to a terminal track. An admissible walk is a walk in which

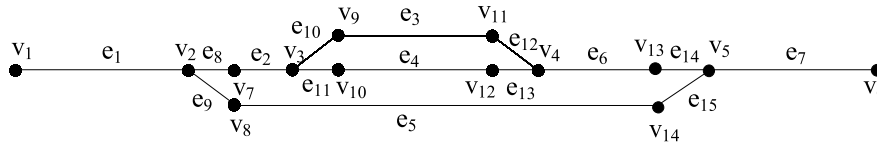
- none of two successive edges belongs to the set of forbidden turns;
- the sum of the weights of edges repeated in a walk and representing tracks, on which a train makes a reverse, is greater or equal to the train length.

The shortest admissible walk can be found by Dijkstra's algorithm [1, 3] which is supposed to be modified so that it could respect forbidden turns on switches as well as the length of an object of transfer and the actual trackage occupation.

The Dijkstra's algorithm uses a vertex-oriented approach (it searches paths to vertices of a graph), therefore, we have to define how to express the forbidden turns in a vertex neighbourhood. First, we define a vertex neighbourhood with regard to every edge incident to the vertex. Therefore, if edge  $e_l$  has endpoints  $v_k$  and  $v_z$  then a neighbourhood of  $v_k$  with regard to edge  $e_l$  is a set of its neighbours with the exception of vertex  $v_z$ . A neighbourhood of  $v_k$  with regard to edge  $e_l$  can be divided into a *transit* and a *reverse* neighbourhood. A transit neighbourhood of  $v_k$  consists of those of its neighbours  $v_r$  that the edges with endpoints  $v_r$  and  $v_k$  do not constitute forbidden turns with edge  $e_l$ . A reverse neighbourhood of  $v_k$  is either empty or consists of one vertex  $v_r$  that is a neighbour of  $v_k$  and the edge with endpoints  $v_r$  and  $v_k$  constitutes a forbidden turn with edge  $e_l$ . For an illustration, let us go back to Fig. 3.1 and define the neighbourhood of vertex  $v_8$  with regard to edge  $e_{17}$ . The neighbourhood of vertex  $v_8$  with regard to edge  $e_{17}$  is set  $\{v_6, v_9\}$ , whereby  $\{v_6\}$  stands for the transit and  $\{v_9\}$  stands for the reverse neighbourhood of vertex  $v_8$  with regard to edge  $e_{17}$ .

The division of a neighbourhood of vertex  $v_k$  to a transit and a reverse one is important for the labelling of successors of the actual vertex. If a successor of the actual vertex  $v_k$  belongs to its reverse neighbourhood, it can be labelled only if a route (behind the vertex  $v_k$  in the original direction) is long enough for a train stop. If the required route exists, the vertex  $v_k$  is said to be accessible. Otherwise, the vertex  $v_k$  is inaccessible and the route cannot go on using an edge, which constitutes a forbidden turn with the edge coming into vertex  $v_k$ . During the initialisation phase of the algorithm, all vertices are indicated as inaccessible. When the route  $T_u = \{v_r, u_1, u_2, \dots, u_N, u\}$  from initial vertex  $v_r$  to vertex  $u$  was found, all vertices  $u_i$  on this path which holds  $d_u - d_{u_i} \geq l_O$ , are indicated as accessible. We denoted the distance from the initial vertex  $v_r$  to the vertices  $u$  and  $u_i$  by  $d_u$  and  $d_{u_i}$  respectively and the length of an object of transfer by  $l_O$ .

Therefore, a successor of the actual vertex  $v_k$  from its reverse neighbourhood cannot be labelled until  $v_k$  is accessible. A vertex that is inaccessible due to the end of trackage or the track occupation has to be deleted from a search tree so that the algorithm could label it in the next search process through another predecessor. The situation is illustrated in Fig. 3.2.



Obr. 3.2. Hľadanie alternatívnej cesty pri obmedzenej dĺžke koľajiska  
Fig. 3.2 Searching of an alternative path in a restricted trackage

Vlak, ktorý stojí na koľaji  $e_5$ , chceme premiestniť na koľaj  $e_4$ , pričom požadujeme, aby vlak prišiel na koľaj  $e_4$  zľava. Dĺžka koľaje  $e_1$  je menšia než dĺžka vlaku a neumožňuje reverziu pohybu, preto vlak nemôže prísť na koľaj  $e_4$  najkratšou cestou cez koľaje  $e_9, e_1, e_8, e_2$  a  $e_{11}$ . Súčet dĺžok koľají  $e_1, e_8$  a  $e_2$  je naopak dostatočný a cesta cez koľaj  $e_3$  s reverziou na koľajach  $e_2, e_8$  a  $e_1$  je prípustná. Aby algoritmus toto prípustné riešenie našiel, musí po neúspešnom pokuse o reverziu vo vrchole  $v_2$  (pri ceste z koľaje  $e_5$ ) nedostupné vrcholy  $v_1$  a  $v_2$  uvoľniť pre hľadanie cesty z iného smeru. To znamená, že označenie vrcholov sa nastaví na počiatočnú hodnotu ( $d_1 = \infty$  a  $d_2 = \infty$ ). Okrem toho, po preznačení nedostupného vrcholu sa do množiny dočasne označených vrcholov musí zaradiť taký jeho susedný vrchol, ktorý nie je jeho predchodcom, ale má značku  $< \infty$ , pretože tento vrchol sa môže stať predchodcom nedostupného vrcholu na novej ceste.

Algoritmus musí ďalej rešpektovať aktuálne obsadenie koľajiska. Obsadenie koľajiska je vyjadrené ako voľná kapacita koľají vzťahnutá ku každému koncu koľaje (obr. 2.6). Podobne ako v predchádzajúcom modeli, dĺžka vlaku a obsadenie koľajiska sú vstupnými parametrami algoritmu.

#### 4. Výpočtové experimenty

Obidva spôsoby modelovania koľajiska a na nich založené algoritmy pre výpočet najkratšej jazdnej cesty sme testovali na ilustračnom koľajisku z obr. 2.1 a na reálnom koľajisku zriaďovacej stanice Žilina - Teplička nad Váhom (obr. 4.1). Cieľom výpočtových experimentov bolo porovnať obidva spôsoby modelovania koľajiska z hľadiska rýchlosti výpočtu najkratšej jazdnej cesty.

Na digrafe z obr. 2.5 sme nechali algoritmus vypočítať najkratšie cesty medzi všetkými dvojicami vrcholov, a to pre rôzne dĺžky vlaku (v rozsahu od 0 do 500 m). Pre každú dĺžku vlaku sme potom vypočítali priemerný čas pre vyhľadanie jednej cesty.

Digraf modelujúci koľajisko zriaďovacej stanice Žilina - Teplička nad Váhom má 1178 vrcholov a 1095 hrán. Na takom rozsiahlom modeli by bolo časovo náročné (a asi aj zbytočné) počítať všetky najkratšie cesty, preto algoritmus počítal najkratšie cesty len medzi prvými 200 vrcholmi.

Všetky výpočty prebiehali za predpokladu, že koľajisko je prázdne (všetky koľaje sú voľné).

Výsledky experimentov na oboch koľajiskách sú zhrnuté v tab. 4.1. V prvých dvoch stĺpcoch tabuľky je počet vrcholov, resp. počet hrán digrafu modelujúceho dané koľajisko. Tretí stĺpec

A train standing on track  $e_5$  shall be transferred to track  $e_4$ . We want it to come to the terminal track through its left endpoint. The length of track  $e_1$  is less than the length of the train and it does not allow for making a reverse. That's why the train cannot come to  $e_4$  using the shortest route through tracks  $e_9, e_1, e_8, e_2$  and  $e_{11}$ . On the other hand, the sum of the lengths of tracks  $e_1, e_8$  and  $e_2$  is sufficient and the route through track  $e_3$  (with reversion on tracks  $e_2, e_8$  and  $e_1$ ) is admissible. So that the algorithm could find this admissible solution, it has to remove inaccessible vertices  $v_1$  and  $v_2$  from a search tree after an unsuccessful reversion behind vertex  $v_2$  (on a path from  $e_5$ ). It means that the labels of  $v_1$  and  $v_2$  are set again to their initial values ( $d_1 = \infty$  a  $d_2 = \infty$ ). In addition, when an inaccessible vertex  $v_k$  was re-labelled, its neighbour having a label and not being a predecessor of  $v_k$  has to be indicated as the temporary labelled vertex in order so that it could become a predecessor of  $v_k$  on a new path.

The algorithm has to respect the actual trackage occupation. The trackage occupation is expressed as the free capacity of each track related to the endpoint of the track (Fig. 2.6). As in the preceding model, the length of the train and the trackage occupation represent input parameters of the algorithm.

#### 4. Computational experiments

Both methods of trackage modelling and algorithms for finding the shortest train route based upon them were tested on the illustrative trackage in Fig. 2.1, as well as on the real trackage of marshalling yard Žilina - Teplička nad Váhom (Fig. 4.1). The goal of computational experiments was to compare both methods of trackage modelling in terms of the time performance of the algorithms.

On the digraph in Fig. 2.5 the algorithm was run for all pairs of vertices and for various train lengths (ranging from 0 to 500 m). Then for each train length an average algorithm calculation time was measured.

The digraph, modelling the trackage of marshalling yard Žilina - Teplička nad Váhom, is composed of 1178 vertices and 1095 edges. It would be time-consuming (and probably useless) to find all the shortest paths on such a large model. That's why the algorithm was run just for pairs of the first 200 vertices.

All computations were done supposing the trackage is empty (all tracks are free).

The computational results for both track infrastructures are summarised in Table 4.1. The number of vertices and the number of edges of the digraph (modelling the given trackage) are in the first two columns of the table. The third column labelled  $N_c$



tabuľky označený symbolom  $N_c$  udáva počet vrcholov, medzi ktorými by sme chceli vypočítať najkratšie cesty. Pred spustením výpočtu sa najprv skontroluje, či výpočet má zmysel, t. j. či dĺžka koľají modelovaných počiatočným a cieľovým vrcholom je väčšia alebo rovná dĺžke vlaku. Počet ciest, ktoré algoritmus počíta, teda závisí od dĺžky vlaku a platí preň vzťah počet ciest  $\leq N_c^2 - N_c$ . Do tohto počtu sú zahrnuté aj také cesty, ktoré algoritmus začal počítať, ale nedopočítal, pretože zistil, že požadovaná cesta neexistuje.

Ďalší stĺpec tabuľky obsahuje celkový čas výpočtu všetkých ciest. V poslednom stĺpci je priemerný čas výpočtu jednej cesty.

Výsledky výpočtových experimentov pre ohodnotený digraf Tab. 4.1

N	M	$N_c$	Dĺžka vlaku [m]	Počet ciest	Celkový čas [s]	Priemerný čas [ms]
50	78	50	0	2450	1.10	0.45
50	78	50	50	380	0.22	0.58
50	78	50	100	306	0.17	0.56
50	78	50	200	132	0.11	0.83
50	78	50	300	30	0.06	2.00
50	78	50	400	12	0.05	4.17
50	78	50	500	12	0.06	5.00
1178	1905	200	0	39800	578.64	14.54
1178	1905	200	50	5402	90.24	16.70
1178	1905	200	100	2450	38.56	15.74
1178	1905	200	200	1560	24.66	15.81
1178	1905	200	300	1122	18.90	16.84
1178	1905	200	400	756	13.02	17.22
1178	1905	200	500	756	12.31	16.28

Výsledky výpočtových experimentov pre neorientovaný hranovo ohodnotený graf Tab. 4.2

N	M	$M_c$	Dĺžka vlaku [m]	Počet sledov	Celkový čas [s]	Priemerný čas [ms]
22	24	24	0	2256	1.65	0.73
22	24	24	50	650	0.49	0.75
22	24	24	100	306	0.28	0.92
22	24	24	200	132	0.11	0.83
22	24	24	300	30	0.06	2.00
22	24	24	400	12	0.05	4.17
22	24	24	500	12	0.05	4.17
690	577	100	0	39800	452.64	11.37
690	577	100	50	5402	72.56	13.43
690	577	100	100	2450	41.31	16.86
690	577	100	200	1560	31.80	20.38
690	577	100	300	1122	27.85	24.82
690	577	100	400	756	24.01	31.76
690	577	100	500	756	24.44	32.33

involves the number of vertices, between which we would like to find shortest paths. Before the algorithm starts running, it is checked to see if the lengths of tracks modelled by the initial and the terminal vertices are greater or equal to the length of the train. Therefore, the number of paths the algorithm searches depends on the length of the train and the following relation holds: *number of paths*  $\leq N_c^2 - N_c$ . The number of paths includes also those paths, which the algorithm started to search, but it fails due to the fact that the required path did not exist.

The next column of the table involves the total computation time of all the paths. There is an average time of one algorithm run in the last column.

Computational results for a weighted digraph Tab. 4.1

N	M	$N_c$	Train length [m]	Number of walks	Total time [s]	Average time [ms]
50	78	50	0	2450	1.10	0.45
50	78	50	50	380	0.22	0.58
50	78	50	100	306	0.17	0.56
50	78	50	200	132	0.11	0.83
50	78	50	300	30	0.06	2.00
50	78	50	400	12	0.05	4.17
50	78	50	500	12	0.06	5.00
1178	1905	200	0	39800	578.64	14.54
1178	1905	200	50	5402	90.24	16.70
1178	1905	200	100	2450	38.56	15.74
1178	1905	200	200	1560	24.66	15.81
1178	1905	200	300	1122	18.90	16.84
1178	1905	200	400	756	13.02	17.22
1178	1905	200	500	756	12.31	16.28

Computational results for a non-oriented edge weighted graph Tab. 4.2

N	M	$M_c$	Train length [m]	Number of walks	Total time [s]	Average time [ms]
22	24	24	0	2256	1.65	0.73
22	24	24	50	650	0.49	0.75
22	24	24	100	306	0.28	0.92
22	24	24	200	132	0.11	0.83
22	24	24	300	30	0.06	2.00
22	24	24	400	12	0.05	4.17
22	24	24	500	12	0.05	4.17
690	577	100	0	39800	452.64	11.37
690	577	100	50	5402	72.56	13.43
690	577	100	100	2450	41.31	16.86
690	577	100	200	1560	31.80	20.38
690	577	100	300	1122	27.85	24.82
690	577	100	400	756	24.01	31.76
690	577	100	500	756	24.44	32.33

Rovnakým spôsobom bol testovaný aj druhý model - neorientovaný hranovo ohodnotený graf. Na modeli ilustračného koľajiska (graf na obr. 3.1) sme pre rôzne dĺžky vlaku vypočítali všetky prípustné sledy. Na modeli koľajiska zriaďovacej stanice Žilina - Teplička nad Váhom sme vypočítali všetky prípustné sledy medzi prvými 100 hranami.

Výsledky testov sú zhrnuté v tab. 4.2. Horná polovica tabuľky platí pre ilustračné koľajisko, dolná polovica pre koľajisko zriaďovacej stanice Žilina - Teplička nad Váhom. V prvých dvoch stĺpcoch tabuľky je počet vrcholov, resp. počet hrán grafu modelujúceho dané koľajisko. Tretí stĺpec tabuľky označený symbolom  $M_c$  udáva počet hrán, medzi ktorými by sme chceli vypočítať najkratšie sledy. Pre počet sledov, ktoré algoritmus počíta (piaty stĺpec), platí vzťah  $\text{počet sledov} \leq 4M_c^2 - 2M_c$ . Pre vlak dĺžky 0 m platí v tomto vzťahu rovnosť a algoritmus vyhľadá vlastne najkratšie cesty. V posledných dvoch stĺpcoch tabuľky je celkový čas výpočtu všetkých sledov a priemerný čas výpočtu jedného sledu.

Výpočtové experimenty boli vykonané na osobnom počítači s procesorom I80486DX/100MHz.

Porovnaním výsledkov v tabuľkách 4.1 a 4.2 zistíme, že priemerná doba výpočtu najkratšej jazdnej cesty je pri oboch spôsoboch modelovania koľajiska rádovo rovnaká. Na reálnom koľajisku pre vlak dlhší ako 100 m je výpočet na digrafe o niečo rýchlejší než výpočet na neorientovanom grafe, pričom rozdiel v rýchlosti stúpa so zväčšujúcou sa dĺžkou vlaku.

## 5. Záver

Navrhnuté modely koľajiska a algoritmy výpočtu najkratšej jazdnej cesty rešpektujú špecifický charakter koľajovej siete v železničnej stanici a pravidlá, ktorými sa riadi pohyb koľajových vozidiel. Algoritmy dokážu vypočítať optimálnu trasu pre premiestnenie vlaku (o zadanej dĺžke) za plnej prevádzky na stanici, kedy sa v koľajisku nachádzajú súčasne iné vlaky, ktoré obsadzujú alebo blokujú koľaje. Na druhej strane sa algoritmy dajú využiť na vytvorenie databázy ciest, ktoré boli vypočítané pre nulovú dĺžku vlaku a na prázdnom koľajisku. V takto vytvorenej databáze vyhľadáme cestu v prípadoch, kedy často používame rovnakú cestu, nezáleží na dĺžke vlaku a je zaručené, že všetky koľaje sú voľné. Typickým príkladom takej situácie je triedenie vlakov na zväznom pahorku. Všetky vozne, ktoré patria do jednej relácie, smerujú zo zväzného pahorku na rovnakú smerovú koľaj. Prechádzajú teda cez rovnaké koľaje, ktoré musia byť voľné. Vyhľadaním cesty v databáze sa vyhneme opakovanému výpočtu rovnakej cesty.

Prvý model - ohodnotený digraf - je v porovnaní s druhým modelom - hranovo ohodnoteným neorientovaným grafom - menej presný. Je preto použiteľný v takých úlohách, kde vystačíme so zjednodušeným modelovaním pohybu koľajových vozidiel (nemodelujeme úplne presne obsadenie koľají pri reverzii). Tento prístup môžeme uplatniť napríklad v simulačnom modeli prevádzky železničnej zriaďovacej stanice, ktorý skúma len kapacitné možnosti stanice a nezaujíma sa o presné obsadenie všetkých koľají [7]. Druhý model je veľmi podrobný. Umožňuje detailné

The second model - a non-oriented edge weighted graph - was tested in the same way. All admissible walks for various train lengths were searched on the model of the illustrative trackage (the graph in Fig. 3.1). On the trackage model of marshalling yard Žilina - Teplička nad Váhom, the admissible walks between the first 100 edges were searched.

The computational results are summarised in Table 4.2. The upper half of the table demonstrates the illustrative trackage, the bottom half the trackage of marshalling yard Žilina - Teplička nad Váhom. The number of vertices and the number of edges of the graph modelling the given trackage are in the first two columns of the table. The third column labelled  $M_c$  involves the number of edges, between which we would like to find shortest walks. For the number of walks the algorithm searches the following relation holds:  $\text{number of walks} \leq 4M_c^2 - 2M_c$ . For a train of zero length the equality holds in the mentioned relationship and the algorithm finds in fact the shortest paths. The total computation time of all the walks and an average time of one walk are in last two columns of the table.

Computational experiments were done using a personal computer with processor I80486DX/100MHz.

Comparing results in tables 4.1 and 4.2, we find out that an average time for finding the shortest train route is of the same order for both methods of trackage modelling. The algorithm on a digraph outperforms slightly the algorithm on a graph for train length greater than 100 m. The distinction in performance increases with an increase in train length.

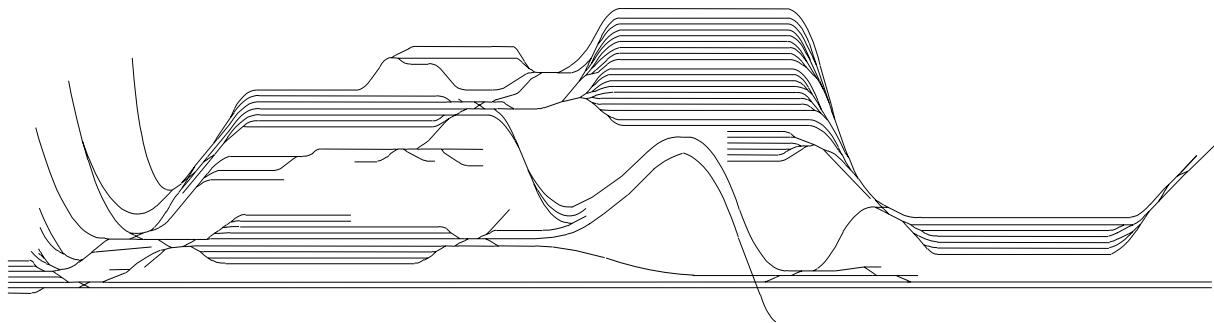
## 5. Conclusions

The designed trackage models and the algorithms for finding the shortest train route respect a specific character of the track network in a railway node, as well as the rules for the movement of rail vehicles. The algorithms are able to find an optimal route for a transfer of a train (not neglecting its length) under the complex marshalling yard operation when a lot of other railway vehicles occupy or block the trackage. On the other hand, the algorithms can be used to create a database of routes being calculated for a train of zero length and for an empty trackage. Then we can query this database in case the same route is often needed when it does not depend upon the length of the train and all tracks are free. A typical example of this situation is a train sorting on a hump. All train cars of one direction move from a hump to the same sorting track. They pass the same tracks and switches which must be free. Finding such routes in the database, we do not need to repeat the calculation of the same route.

The first model - a weighted digraph - is less precise compared to the second model - a non-oriented edge weighted graph. It is useful in those problems where simplified model of the movement of rail vehicles is sufficient (we do not need to model absolutely precisely the occupation of tracks during the reverse). This approach can be applied, for example, in a simulation model of marshalling yard operation which investigates capacity possibilities of a marshalling yard and is not interested in the precise occupation of all tracks [7]. The second model is very detailed. It

sledovanie pohybu vlaku a verne odráža situáciu v reálnom koľajisku. Na druhej strane, výsledky výpočtových experimentov na reálnom koľajisku ukázali, že algoritmus na digrafe vyhľadá najkratšiu trasu pre premiestnenie vlaku dlhšieho ako 100 m rýchlejšie než upravený Dijkstrov algoritmus na neorientovanom grafe, a to aj napriek tomu, že digraf má oproti neorientovanému grafu zhruba dvojnásobný počet vrcholov a trojnásobný počet hrán.

allows for investigating the movement of a train in detail and faithfully reflects the situation in a real trackage. On the other hand, the computational results on the real trackage showed that the algorithm based upon a digraph outperforms modified Dijkstra's algorithm on a non-oriented graph for train length greater than 100 m, although a digraph has double the number of vertices and triple the number of edges than a non-oriented graph.



Obr. 4.1. Plán železničnej zriaďovacej stanice Žilina - Teplička nad Váhom  
Fig. 4.1 Plan of marshalling yard Žilina - Teplička nad Váhom

## Literatúra

- [1] CENEK, P.: Modelování a optimalizace procesů na dopravních sítích, habilitační práce, Žilinská univerzita, Žilina, 1996
- [2] CENEK, P.: Simulation of processes in a marshalling yard, In: Proceedings of COMPRAIL '96 conference in Berlin - Germany, Wessex Institute of Technology-Computational Mechanics Publications, Southampton - UK, 1996, pp. 501-510
- [3] CENEK, P., KLIMA, V., JANÁČEK, J.: Optimalizace dopravních a spojových procesů, VŠDS, Žilina, 1994
- [4] KAVIČKA, A.: Aplikace polárních grafů v dopravě, Sborník přednášek z 9. Mezinárodní vědecké konference, VŠDS, Žilina, 1993, str. 191-197
- [5] KAVIČKA, A.: Modelování kolejíště a algoritmy výpočtu nejkratších jízdních cest. Dizertačná práca, Žilinská univerzita, Žilina, 1997
- [6] KLIMA, V., KAVIČKA, A.: Virtual railway marshalling yard, In: Preprints of the „IFAC/IFIP/IFORS Symposium - Transportation systems“, Technical University of Crete, Chania, Greece, 1997, pp. 880-883, vol. 2
- [7] SADLOŇ, L.: Simulačný model železničnej zriaďovacej stanice, kandidátska dizertačná práca, VŠDS, Žilina, 1994
- [8] ZELINKA, B.: Polar graphs and railway traffic, Aplikace matematiky 3/1974, pp. 169-176

Recenzenti: K. Šotek, S. Palúch

## References

- [1] CENEK, P.: Modelování a optimalizace procesů na dopravních sítích, habilitační práce, Žilinská univerzita, Žilina, 1996
- [2] CENEK, P.: Simulation of processes in a marshalling yard, In: Proceedings of COMPRAIL '96 conference in Berlin - Germany, Wessex Institute of Technology-Computational Mechanics Publications, Southampton - UK, 1996, pp. 501-510
- [3] CENEK, P., KLIMA, V., JANÁČEK, J.: Optimalizace dopravních a spojových procesů, VŠDS, Žilina, 1994
- [4] KAVIČKA, A.: Aplikace polárních grafů v dopravě, Sborník přednášek z 9. Mezinárodní vědecké konference, VŠDS, Žilina, 1993, str. 191-197
- [5] KAVIČKA, A.: Modelování kolejíště a algoritmy výpočtu nejkratších jízdních cest. Dizertačná práca, Žilinská univerzita, Žilina, 1997
- [6] KLIMA, V., KAVIČKA, A.: Virtual railway marshalling yard, In: Preprints of the „IFAC/IFIP/IFORS Symposium - Transportation systems“, Technical University of Crete, Chania, Greece, 1997, pp. 880-883, vol. 2
- [7] SADLOŇ, L.: Simulačný model železničnej zriaďovacej stanice, kandidátska dizertačná práca, VŠDS, Žilina, 1994
- [8] ZELINKA, B.: Polar graphs and railway traffic, Aplikace matematiky 3/1974, pp. 169-176

Reviewed by: K. Šotek, S. Palúch

Martin Decký \*

# DYNAMICKÉ METÓDY HODNOTENIA NEROVNOSTÍ CESTNÝCH VOZOVIEK

## COMPARISON OF DYNAMIC METHODS OF ROAD PAVEMENT EVENNESS EVALUATION

Článok prezentuje prehľad dynamických metód používaných v Slovenskej republike na hodnotenie pozdĺžnych nerovností cestných vozoviek. Podrobne sa tu opisujú metódy hodnotenia pomocou miery nerovnosti *C* a medzinárodného indexu nerovnosti (*IRI*).

Meracie zariadenie *JP VŠDS* (jednokolesový prívies Žilinskej univerzity), ktoré hodnotí parameter *C*, bolo skonštruované na dynamickom princípe *DMS* (dvojhmotová meracia sústava). Spôsob hodnotenia pozdĺžnych nerovností pomocou tohto parametra bol vypracovaný na základe teórie stacionárnych procesov.

Porovnaniu reálnych priebehov pozdĺžnych nerovností hodnotených zariadeniami *JP VŠDS*, *Profilograph* a pôvodnou metódou hodnotenia *IRI* je venovaný záver príspevku.

### 1. Analytický popis pozdĺžnych nerovností cestných vozoviek

Analytické vyjadrenie priestorovej nerovnosti cestnej vozovky je problém značne zložitý. Preto je účelné zjednodušiť priestorový problém na dvojrozmerný a hodnotiť samostatne priečne a pozdĺžne nerovnosti.

Pri vlastnom vyjadrení pozdĺžnych nerovností je potrebné vychádzať z najjednoduchšieho prípadu a to, že v smere jazdy jednej stopy vozidla je priebeh výšok nerovností harmonický (sinusoidálny).

$$h(t) = h_o \cdot \sin\left(2\pi \frac{V}{L} t\right) \equiv h_o \cdot \sin(2\pi f t) \equiv h_o \cdot \sin(\omega t) \quad (1)$$

kde:  $h_o$  - amplitúda nerovnosti (m)  
 $L$  - dĺžka vlny nerovnosti (m)  
 $v$  - rýchlosť ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ )  
 $t$  - čas (s)  
 $f$  - časová frekvencia ( $\text{s}^{-1}$ )  
 $\omega$  - časová kruhová frekvencia ( $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ )

V skutočnosti sa s harmonickým priebehom nerovností na vozovke stretávame len výnimočne. Skutočné povrchy vozoviek

The paper presents the review of dynamic methods of road pavement evenness evaluation used in the Slovak Republic. The principles of assessment by parameters *C* and *IRI* (International Roughness Index) are detailed here.

The measuring set called the Single-Wheel Vehicle of the University of Žilina (*JP VŠDS*), which appreciates parameter *C* has been designed on the *DMS* (double-mass measuring set) dynamic principle. The design of this system pavement assessment in term of longitudinal unevenness was realised for a consideration stationary random process.

The conclusion of our paper is devoted to the comparison of longitudinal unevenness evaluated by our equipment, measuring vehicle „*Profilograph*“ (*IRI*) and original parameter *IRI*.

### 1. Analytical description of pavement longitudinal unevenness

An analytical description of spatial pavement unevenness is a very complicated problem. On this account, it is advisable to supply a spatial problem by a two-dimensional one and to evaluate separately transversal and longitudinal unevenness. In the most elementary case, a harmonic sinusoidal form in one trail, we can express a longitudinal unevenness in time domain by equation (1).

$$h(t) = h_o \cdot \sin\left(2\pi \frac{V}{L} t\right) \equiv h_o \cdot \sin(2\pi f t) \equiv h_o \cdot \sin(\omega t) \quad (1)$$

where:  $h_o$  - unevenness amplitude (m)  
 $L$  - unevenness wavelength (m)  
 $v$  - wheel velocity ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ )  
 $t$  - time (s)  
 $f$  - time frequency ( $\text{s}^{-1}$ )  
 $\omega$  - time angular frequency ( $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ )

The harmonic process of longitudinal unevenness is rare and real pavements have an unevenness of various wavelength and

\* Dr. Ing. Martin Decký  
 Department of Highway Engineering, Faculty of Civil Engineering, University of Žilina,  
 e-mail decky@fstav.utc.sk

majú profil nerovnosti neusporiadaný, kde nerovnosti o rôznych vlnových dĺžkach sú na seba superponované a na seba nadväzujú. V zmysle matematickej štatistiky môžeme tieto procesy považovať za náhodné.

Pre technické aplikácie je dôležité, aby náhodné procesy nerovností vykazovali stacionárne ergotické vlastnosti. Podmienku stacionarity zabezpečíme vhodnou voľbou posudzovaného úseku - homogénneho z hľadiska stavebného a degradačného.

Každý centrováný stacionárny ergotický náhodný proces môžeme charakterizovať pomocou korelačnej funkcie, resp. spektrálnou hustotou. Korelačnú funkciu  $K_h(\lambda)$  môžeme v lineárnej doméne pre tento typ procesov vyjadriť vo forme

$$K_h(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [h_1(l) - E_h] \cdot [h_2(l - \lambda) - E_h] \cdot f_2(h_1, h_2) dh_1 \cdot dh_2 \quad (2)$$

kde:  $\lambda$  - dĺžkové oneskorenie (s),  
 $E_h$  - očakávaná stredná hodnota nerovností;  $E_h = 0$ ,  
 $h(l)$  - náhodná nerovnosť,  
 $f_2(h_1, h_2)$  - združená hustota pravdepodobnosti

Náhodné nerovnosti spočítané ako rozdiel teoretického a skutočného profilu môžu byť kvantifikované prostredníctvom normovanej korelačnej funkcie  $\rho_h(\lambda)$ . Pre náš spôsob hodnotenia musíme poznať výšky pozdĺžneho profilu každých 25 cm.

$$\rho_h(\lambda) = \frac{K_h(\lambda)}{D_h} \quad (3)$$

kde:  $D_h$  - disperzia náhodných nerovností

Normovaná korelačná funkcia 500 m úseku cesty v Čičmanoch je uvedená na obr. 1

amplitude. These processes can be considered random from the point of view of mathematical statistics.

An important requirement of technical applications is a fulfilment of stationary and ergodic premise. This imposition must be provided by the appropriate selection of evaluated road sections which are homogenous with regards to construction and degradation conditions.

Every centred stationary random process can be characterised by a correlation function or power spectral density. Correlation function  $K_h(\lambda)$ , for this type of process, is expressed in linear domain by equations 2:

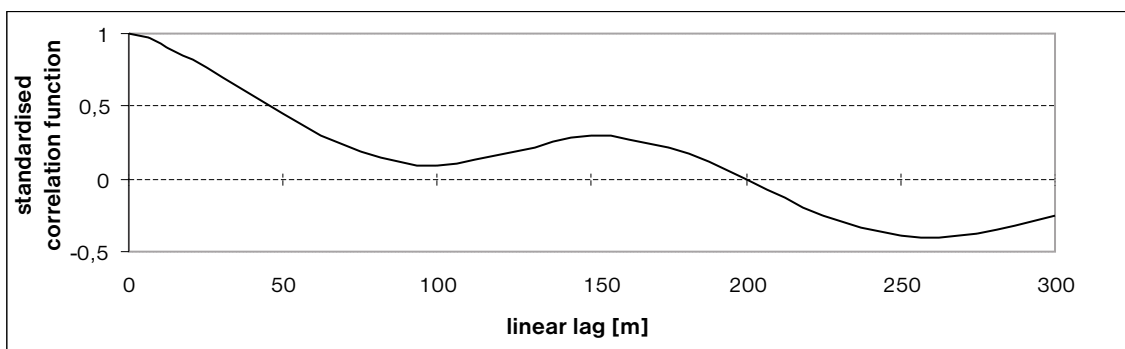
where:  $\lambda$  - linear lag (m),  
 $E_h$  - expected value of stochastic unevenness;  $E_h = 0$ ,  
 $h(l)$  - stochastic unevenness,  
 $f_2(h_1, h_2)$  - combination density of expectation

Stochastic unevenness is computed as the difference between the real and theoretical profile. We must identify elevations of the longitudinal profile per 0.25 m. Longitudinal unevenness is evaluated through the standardised correlation function  $\rho_h(\lambda)$ :

$$\rho_h(\lambda) = \frac{K_h(\lambda)}{D_h} \quad (3)$$

where:  $D_h$  - dispersion of an stochastic unevenness

The standardised correlation function of 500 m road section Čičmany can be seen in Fig. 1.



Obr. 1. Normovaná korelačná funkcia náhodných nerovností  
 Fig. 1 The standardised correlation function of an stochastic unevenness

Pri riešení dynamických úloh spojených s pohybom vozidla po nerovnostiach vozovky je výhodnejšie používať výkonovú spektrálnu hustotu  $S_h(\Omega)$ , ktorá je s KF viazaná Viener-Chinčinovým vzťahom:

For our purpose of unevenness assessment, it is more appropriate to use power spectral density  $S_h(\Omega)$ , which we can express from correlation function by means of the Viener-Chinčin equation:

$$S_h(\Omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K_h(\lambda) \cdot \cos(\Omega\lambda) \cdot d\lambda \quad (4)$$

kde:  $\Omega$  - držková kruhová frekvencia [rad.m<sup>-1</sup>],

$$\Omega = \frac{2 \cdot \pi}{L}; \quad (5)$$

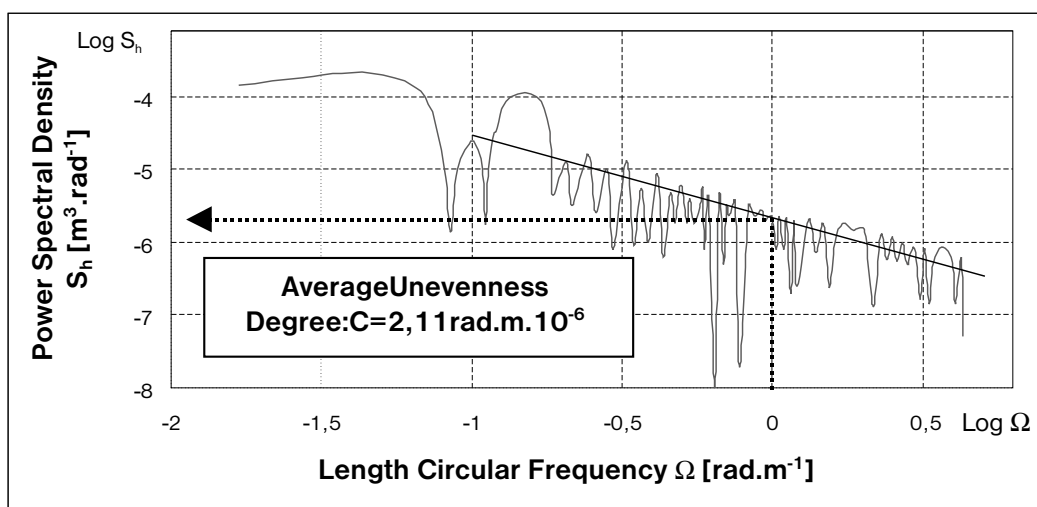
$L$  - dĺžka vlny [m]

$$S_h(\Omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K_h(\lambda) \cdot \cos(\Omega\lambda) \cdot d\lambda \quad (4)$$

where:  $\Omega$  - length circular frequency [rad.m<sup>-1</sup>],

$$\Omega = \frac{2 \cdot \pi}{L}; \quad (5)$$

$L$  - unevenness wavelength [m]



Obr. 2. Výkonová spektrálna hustota náhodných nerovností 500 m úseku cesty v Čičmanoch  
Fig. 2 The power spectral density of an stochastic unevenness

Na základe teórie stacionárnych náhodných procesov bol vypracovaný systém hodnotenia cestných vozoviek z hľadiska pozdĺžnych nerovností podľa parametra C, princíp ktorého je uvedený v kap. 2.

## 2. Hodnotenie pozdĺžnych nerovností prostredníctvom parametra C

Miera nerovnosti C cestného úseku ľubovoľnej dĺžky je počítaná podľa vzťahu (6), ktorý bol získaný z [1] modifikáciou pre náš spôsob merania rýchlosti.

$$C = \frac{D_y}{I \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n v_i} \quad (6)$$

kde:  $D_y$  - rozptyl výstupného signálu (m<sup>2</sup>.s<sup>-4</sup>)  
 $I$  - parameter dynamického prenosu (rad<sup>-1</sup>.s<sup>-3</sup>)  
 $C$  - miera nerovností (rad.m)  
 $v_i$  - diskkrétne hodnoty rýchlostí merania,  $i = 1, 2, \dots, n, \dots, N$  (m.s<sup>-1</sup>)

The design of a system pavement assessment from the point of view of longitudinal unevenness was realised for a consideration stationary random process and principle. This design is published in section 2.

## 2. Assessment of unevenness measurements by parameter C

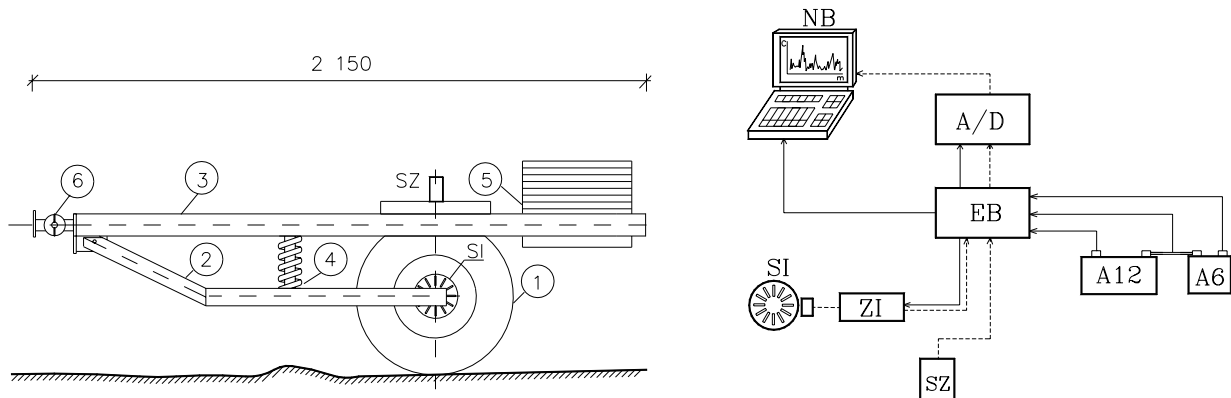
The unevenness degree „C“ of the evaluated road section is expressed from the relation according to [1], which was modified for our mode of speed measurements.

$$C = \frac{D_y}{I \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n v_i} \quad (6)$$

where:  $D_y$  - dispersion of an output signal (m<sup>2</sup>.s<sup>-4</sup>)  
 $I$  - parameter of a dynamic transfer (rad<sup>-1</sup>.s<sup>-3</sup>)  
 $C$  - unevenness degree (rad.m)  
 $v_i$  - digital values of a measured velocity,  $i = 1, 2, \dots, n, \dots, N$  (m.s<sup>-1</sup>)

Jednokolesový prives Vysokej školy dopravy a spojov v Žiline (JP VŠDS) je skonštruovaný na princípe DMS (dynamická - dvojmotová meracia sústava) a predstavuje model štvrtiny osobného automobilu [2]. Jeho mechanický model a základné časti sú znázornené na obr. 3.

Our measuring set called the Single-Wheel Vehicle of the University of Žilina (Slovak abbr. JP VŠDS) has been designed on the DMS (double-mass measuring set) principle [2]. This equipment represents a model of a quarter of the passenger vehicle and its basic parts are presented in Fig 3.



Obr. 3. Schéma zariadenia JP VŠDS s meracou a vyhodnocovacou aparátúrou  
Fig. 3 A scheme of the JP VŠDS with scanning and assessment equipment

Naša meracia zostava musí byť kalibrovaná na cestných úsekoch dĺžky 50 m, u ktorých poznáme výšky pozdĺžneho profilu každých 250 mm. Určenie miery nerovnosti vybraného kalibračného úseku je prezentované v kap. 1 (rovnice 2-5, obr. 1-2)

Our measuring set must be calibrated on road sections of length 500 m which have measured profile elevations at constant interval 250 mm. Determination of an unevenness parameter of a selected calibrated section is presented in chapter 1 (equations 2-5, Fig. 1-2).

Meracia a vyhodnocovacia zostava umožňujúca snímanie, záznam, vyhodnocovanie a archiváciu dynamickej odozvy pozdĺžnych nerovností pozostáva z nasledovných hlavných častí:

The measuring set enables the scanning, recording, assessment and storing of dynamic responses of longitudinal unevenness. It consists of the following main parts:

- 1 - predné koleso Š 120
- 2 - spodný rám
- 3 - horný rám
- 4 - pružina a teleskopický tlmič
- 5 - vyvažovacia záťaž
- 6 - Kardanov kĺb
- SZ - snímač zrýchlení
- A/D - analógovo-digitálny prevodník
- NB - notebook 386 SX
- SI, ZI - snímač a zapisovač impulzov
- EB - energetický blok
- A12 and A6 - akumulátory + 12 V + 6 V

- 1 - front wheel with a S 120 charge
- 2 - bottom frame
- 3 - upper frame
- 4 - spring and telescopic shock absorber S 120
- 5 - balancing load
- 6 - cardan joint
- SZ - acceleration transducer
- A/D - analog-to-digital convertor
- NB - notebook 386 SX
- SI, ZI - pulse amplifier and pulse counter
- EB - power block
- A12 and A6 - accumulator + 12 V + 6 V

Kritériá pre hodnotenie pozdĺžnych nerovností boli určené na základe teórie náhodných funkcií a štatistickej dynamiky pri zohľadnení ich pôsobenia na vodičov a cestujúcich. Používané kritériá v tab. 1 sú uvedené v zmysle [6] a boli odvodené v [1].

To determine the criteria for an unevenness assessment, a theory of random functions and statistical dynamics is used, paying attention to the influence on the vehicle crew and influence on passengers ([1] - used criteria, and [3] - our change in Tab. 1).

Zmena klasifikačnej stupnice, prezentovaná v tab. 1, bola teoreticky spracovaná v [3] pričom jej vhodnosť bola overená celým radom experimentálnych meraní.

Results of many experimental measurements have been used for the purpose of determining of the unevenness criteria, too. The change of a qualification scale of the longitudinal unevenness can be seen in Table 1.

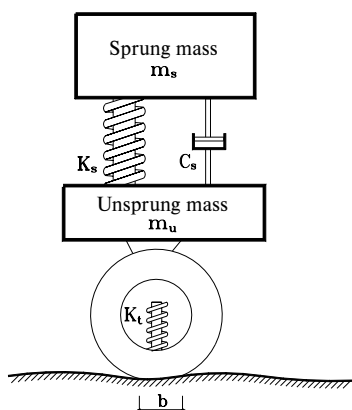
Klasifikačná škála pozdĺžnych nerovností  
cestných vozoviek - parameter C

Tab. 1

Klasifikačný stupeň		Klasifikačné rozhrania parametra C (rad.m.10 <sup>-6</sup> )			
Úroveň	Názov	Diaľnice		Cesta a miestne komunikácie	
		používané	zmena	používané	zmena
I.	veľmi kvalitná	< 2	< 1	< 5	< 2
II.	kvalitná	2 - 5	1 - 2	5 - 10	2 - 5
III.	málo kvalitná	5 - 10	2 - 5	10 - 20	5 - 10
IV.	nekvalitná	10 - 20	5 - 10	20 - 50	10 - 20
V.	nevhodná pre premávku	> 20	> 10	> 50	> 20

### 3. International Roughness Index - IRI

Index IRI je získaný matematicky použitím simulácie modelu štvrtiny osobného vozidla uvedeného na obr. 4 [4].



Obr. 4. Referenčný model štvrtiny osobného vozidla  
Fig. 4 The Reference Quarter Car Simulation

Tento model možno matematicky popísať pomocou dvoch diferenciálnych rovníc druhého rádu:

$$\ddot{z}_s \cdot m_s + C_s \cdot (\dot{z}_s - \dot{z}_u) + k_s \cdot (z_s - z_u) = 0 \quad (7)$$

$$\ddot{z}_s \cdot m_s + m_u \cdot \ddot{z}_u + k_t \cdot z_u = k_t \cdot y \quad (8)$$

Po úprave dostávame:

$$\ddot{z}_s + C \cdot (\dot{z}_s - \dot{z}_u) + k_2 \cdot (z_s - z_u) = 0 \quad (9)$$

$$\ddot{z}_s + u \cdot \ddot{z}_u + k_1 \cdot z_u = k_1 \cdot y \quad (10)$$

kde:

$m_s, m_u$  - hmotnosti odpruženej a neodpruženej hmoty [kg]

Qualification scale of the road pavement  
longitudinal unevenness - parameter C

Table 1

Qualification degree		Parameter C (rad.m.10 <sup>-6</sup> )			
Level	Quality name	Highways		Road and urban roads	
		used criteria	our change	used criteria	our change
I.	Excellent	< 2	< 1	< 5	< 2
II.	Good	2 - 5	1 - 2	5 - 10	2 - 5
III.	Poor	5 - 10	2 - 5	10 - 20	5 - 10
IV.	Very poor	10 - 20	5 - 10	20 - 50	10 - 20
V.	Unsuitable for traffic	> 20	> 10	> 50	> 20

### 3. International Roughness Index - IRI

Parameter IRI is obtained using the Reference Quarter Car Simulation (RQCS) according to [4] and Fig. 4.

$$k_1 = k_t/m_s = 653 \text{ s}^{-2}$$

$$k_2 = k_s/m_s = 63,3 \text{ s}^{-2}$$

$$u = m_u/m_s = 0,15$$

$$C = C_s/m_s = 6,00 \text{ s}^{-1}$$

This model is mathematically defined by two second-order differential equations:

$$\ddot{z}_s \cdot m_s + C_s \cdot (\dot{z}_s - \dot{z}_u) + k_s \cdot (z_s - z_u) = 0 \quad (7)$$

$$\ddot{z}_s \cdot m_s + m_u \cdot \ddot{z}_u + k_t \cdot z_u = k_t \cdot y \quad (8)$$

This system we can express:

$$\ddot{z}_s + C \cdot (\dot{z}_s - \dot{z}_u) + k_2 \cdot (z_s - z_u) = 0 \quad (9)$$

$$\ddot{z}_s + u \cdot \ddot{z}_u + k_1 \cdot z_u = k_1 \cdot y \quad (10)$$

where:

$m_s, m_u$  - weight of the sprung mass and the unsprung mass [kg]



$k_s, k_t$  - pérové konštanty pružiny a pneumatiky [kN.m<sup>-1</sup>]  
 $C_s$  - súčiniteľ lineárneho tlmiča [kN.s.m<sup>-1</sup>]  
 $z_s, z_u$  - výchylky odpruženej a neodpruženej hmoty [m]  
 $\dot{z}_s = dz_s/dt$  - vertikálna rýchlosť neodpruženej hmoty [m.s<sup>-1</sup>]  
 $\dot{z}_u = dz_u/dt$  - vertikálna rýchlosť neodpruženej hmoty [m.s<sup>-1</sup>]  
 $\ddot{z}_s = d^2z_s/dt^2$  - vertikálne zrýchlenie odpruženej hmoty [m.s<sup>-2</sup>]  
 $\ddot{z}_u = d^2z_u/dt^2$  - vertikálne zrýchlenie neodpruženej hmoty [m.s<sup>-2</sup>]  
 $y(t)$  - vstupný profil vozovky [m]

$k_s, k_t$  - constant of the linear spring and the tire [kN.m<sup>-1</sup>]  
 $C_s$  - coefficient of linear damper [kN.s.m<sup>-1</sup>]  
 $z_s, z_u$  - displacement of the sprung and the unsprung mass [m]  
 $\dot{z}_s = dz_s/dt$  - vertical velocity of the sprung mass [m.s<sup>-1</sup>]  
 $\dot{z}_u = dz_u/dt$  - vertical velocity of the unsprung mass [m.s<sup>-1</sup>]  
 $\ddot{z}_s = d^2z_s/dt^2$  - vertical acceleration of the sprung mass [m.s<sup>-2</sup>]  
 $\ddot{z}_u = d^2z_u/dt^2$  - vertical acceleration of the unsprung mass [m.s<sup>-2</sup>]  
 $y(t)$  - profile elevation input [m]

Rovnice (7) - (10) platia pre časovú doménu. Vzhľadom na riešenia uvedeného modelu v lineárnej doméne, poznáme výšky skutočného pozdĺžneho profilu každých 25 cm, musíme nájsť vektor geometrických derivácií  $Z^T(x)(i) = (z_{1i}, z_{2i}, z_{3i}, z_{4i})$  pomocou nasledovných vzťahov:

Equations (7) - (10) apply for the temporal domain. We solve this model in linear domain, know real longitudinal profile per 0,25 m, whereupon we must find a vector of spatial derivations -  $Z^T(x)(i) = (z_{1i}, z_{2i}, z_{3i}, z_{4i})$ . The values of this vector are calculated as:

$$z'_{s,i} = s_{11} \cdot z'_{s,i-1} + s_{12} \cdot z''_{s,i-1} + s_{13} \cdot z'_{u,i-1} + s_{14} \cdot z''_{u,i-1} + r_1 \cdot y'_i \quad (11)$$

$$z''_{s,i} = s_{21} \cdot z'_{s,i-1} + s_{22} \cdot z''_{s,i-1} + s_{23} \cdot z'_{u,i-1} + s_{24} \cdot z''_{u,i-1} + r_2 \cdot y'_i \quad (12)$$

$$z'_{u,i} = s_{31} \cdot z'_{s,i-1} + s_{32} \cdot z''_{s,i-1} + s_{33} \cdot z'_{u,i-1} + s_{34} \cdot z''_{u,i-1} + r_3 \cdot y'_i \quad (13)$$

$$z''_{u,i} = s_{41} \cdot z'_{s,i-1} + s_{42} \cdot z''_{s,i-1} + s_{43} \cdot z'_{u,i-1} + s_{44} \cdot z''_{u,i-1} + r_4 \cdot y'_i \quad (14)$$

Systém rovníc (11) - (14) môžeme vyjadriť v maticovej forme pomocou (15):

$$Z(x)_{(i)} = \underline{S} \cdot Z(x)_{(i-1)} + R \cdot y'_{(i)} \quad (15)$$

kde:

$$Z^T(x)_{(i)} = (z_{1,i}; z_{2,i}; z_{3,i}; z_{4,i}) = (z'_{s,i}; z''_{s,i}; z'_{u,i}; z''_{u,i}) = (dz_{s,i}/dx; d^2z_{s,i}/dx^2; dz_{u,i}/dx; d^2z_{u,i}/dx^2)$$

- vektor geometrických derivácií (16)

$\underline{S}$  - stavová prechodová matica koeficientov 4 x 4,

$R$  - vektor parciálnej odozvy 1 x 4,

$y'_{(i)}$  - smernica vstupného profilu,

$i$  - aktuálny krok, i-1 - predchádzajúci krok

The presented system can be expressed in the following matrix form:

$$Z(x)_{(i)} = \underline{S} \cdot Z(x)_{(i-1)} + R \cdot y'_{(i)} \quad (15)$$

where:

$$Z^T(x)_{(i)} = (z_{1,i}; z_{2,i}; z_{3,i}; z_{4,i}) = (z'_{s,i}; z''_{s,i}; z'_{u,i}; z''_{u,i}) = (dz_{s,i}/dx; d^2z_{s,i}/dx^2; dz_{u,i}/dx; d^2z_{u,i}/dx^2)$$

- vector of spatial derivations (16)

$\underline{S}$  - state transition matrix 4 x 4,

$R$  - partial response matrix 1 x 4

$y'_{(i)}$  - slope input

$i$  - present step, i-1 - previous time step

Systém diferenciálnych rovníc (7) - (10) môžeme vyjadriť nasledovnou maticovou formou:

$$Z(t) = \underline{A} \cdot K(t) + B \cdot y(t) \quad (17)$$

kde:

$$Z^T(t) = (\dot{z}_s, \ddot{z}_s, \dot{z}_u, \ddot{z}_u) = (dz_s/dt, d^2z_s/dt^2, dz_u/dt, d^2z_u/dt^2)$$

- vektor časových derivácií

$K^T(t) = (z_s, \dot{z}_s, z_u, \dot{z}_u)$  - pomocný vektor časových derivácií

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -K_2 & -C & K_2 & C \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ K_2/u & C/u & -(K_1 + K_2)/u & -C/u \end{bmatrix} \quad (18)$$

The differential equations (7) - (10) can be expressed in the following matrix form

$$Z(t) = \underline{A} \cdot K(t) + B \cdot y(t) \quad (17)$$

where:

$$Z^T(t) = (\dot{z}_s, \ddot{z}_s, \dot{z}_u, \ddot{z}_u) = (dz_s/dt, d^2z_s/dt^2, dz_u/dt, d^2z_u/dt^2)$$

- vector of temporal derivations

$K^T(t) = (z_s, \dot{z}_s, z_u, \dot{z}_u)$  - additive vector of temporal derivations

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -K_2 & -C & K_2 & C \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ K_2/u & C/u & -(K_1 + K_2)/u & -C/u \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_1/u \end{bmatrix} \quad (19)$$

Pre konštantnú dĺžku kroku, na ktorom predpokladáme konštantnú  $y'_{(i)}$ , môžu byť matice  $\underline{S}$  a  $R$  vypočítané z  $\underline{A}$  a  $B$  matíc:

$$\underline{S} = e^{\underline{A} \cdot dt} \quad (20)$$

$$R = \underline{A}^{-1} \cdot (\underline{S} - I) \cdot B \quad (21)$$

kde:

$$dt(s) = dx(m) \cdot 3600(s/h) \cdot 0,001(km/m) / v(km/h) \quad (22)$$

I - jednotková matica typu 4 x 4

Na základe vzťahov (7)-(22) bol vytvorený v Microsoft Excel 97 program pre hodnotenie pozdĺžnych nerovností na základe známeho pozdĺžneho profilu. Uvedený program je v súlade s pôvodnou metódikou [4] a pozostáva z nasledovných krokov:

- výpočet lokálnych smerníc (spádov)

Smernica vstupného profilu je počítaná pre každý meraný bod (musíme poznať výšky pozdĺžneho profilu v konštantnej vzdialenosti - najčastejšie 25 cm)

$$y'_{(i)} = (y_{(i-1)} - y_{(i)}) / dx, \quad i = 2, 3, \dots, N \quad (23)$$

kde:

$y'_{(i)}$  - vyrovnaná lokálna smernica vstupného profilu

$y_{(i)}$  - výška pozdĺžneho profilu (m)

$dx$  - merací interval  $dx = b = 0,25$  m

- výpočet vektora geometrických derivácií vstupného profilu

Pre výpočet štvorzložkového vektora odozvy  $Z^T(x)_{(i)} = (z_{1,i}; z_{2,i}; z_{3,i}; z_{4,i}) = (z'_{s,i}; z''_{s,i}; z'_{u,i}; z''_{u,i})$  sa používa vzťah (15):

$$Z(x)_{(i)} = \underline{S} \cdot Z(x)_{(i-1)} + R \cdot y'_{(i)}$$

- určenie opravených lokálnych smerníc (spádov)

V každom kroku  $i$  sa výpočtom stanovujú opravené smernice (spády) podľa vzťahu:

$$T_i = (z_{3i} - z_{1i}), \quad i = 2, 3, \dots, N \quad (24)$$

- výpočet parametra IRI

Index IRI podľa [4] reprezentuje aritmetický priemer smerníc  $T_i$  na celom meranom úseku dĺžky  $L$  pri počte odčítaní  $N$  obr. 5.

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_1/u \end{bmatrix} \quad (19)$$

For a constant length of the step, on which  $y'_{(i)}$  is a constant, the  $\underline{S}$  and  $R$  matrices can be computed from the  $\underline{A}$  and  $B$  matrices:

$$\underline{S} = e^{\underline{A} \cdot dt} \quad (20)$$

$$R = \underline{A}^{-1} \cdot (\underline{S} - I) \cdot B \quad (21)$$

where:

$$dt(s) = dx(m) \cdot 3600(s/h) \cdot 0,001(km/m) / v(km/h) \quad (22)$$

I - identity matrix 4 x 4

Originally, the program for the valuation of longitudinal was created with Microsoft Excel 97. This program was created following the equations (7)-(22) and it consists of the following steps:

- calculation of profile slopes

The profile slope input is computed for every measuring point (we must know elevations of longitudinal profile per 0,25 m):

$$y'_{(i)} = (y_{(i-1)} - y_{(i)}) / dx, \quad i = 2, 3, \dots, N \quad (23)$$

where:

$y'_{(i)}$  - smoothed profile slope input

$y_{(i)}$  - elevation of longitudinal profile (m)

$dx$  - measurement interval  $dx = b = 0,25$  m

- computation of the vector of spatial derivations  $Z(x)_{(i)}$

The computation of vector  $Z^T(x)_{(i)} = (z_{1,i}; z_{2,i}; z_{3,i}; z_{4,i}) = (z'_{s,i}; z''_{s,i}; z'_{u,i}; z''_{u,i})$  is realised by equation (15):

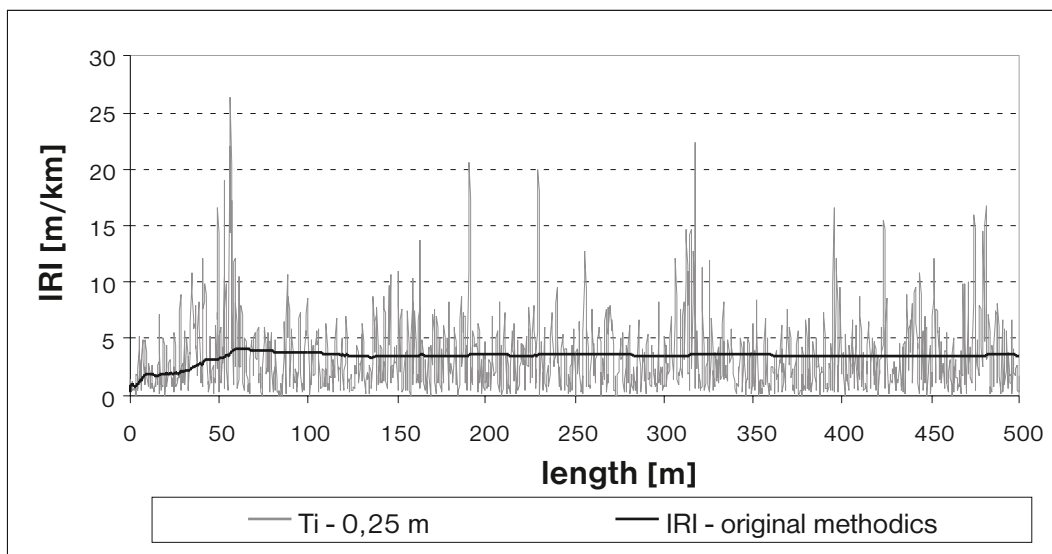
$$Z(x)_{(i)} = \underline{S} \cdot Z(x)_{(i-1)} + R \cdot y'_{(i)}$$

- determination of the corrected profile slope

$$T_i = (z_{3i} - z_{1i}), \quad i = 2, 3, \dots, N \quad (24)$$

- calculation of the IRI parameter

IRI represents arithmetic average of the corrected slope. Values of parameter IRI can be appreciated for a window of a discretionary length (conveniently 1, 10, 20, 100 m - Fig. 6).



Obr. 5. Priebek opravených lokálnych smerníc - Čičmany máj 1993  
Fig. 5 Corrected profile slope per 0.25 m and original parameter IRI - Čičmany May 93

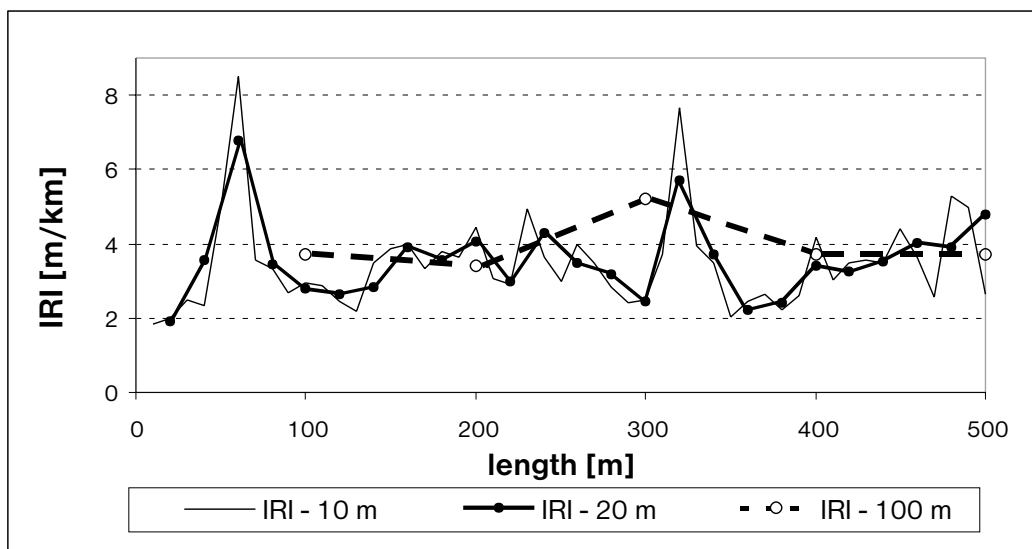
$$IRI = \frac{1}{N-1} \sum_{i=2}^N T_i \quad (25)$$

$$IRI = \frac{1}{N-1} \sum_{i=2}^N T_i \quad (25)$$

V našom programe je možné hodnotiť parameter IRI pre ľubovoľnú dĺžku hodnotiaceho okienka (obyčajne 1, 10, 20, 100 m - obr. 6).

Na obr. 6 je uvedené hodnotenie pozdĺžnych nerovností etalónového úseku Čičmany pre simulovanú rýchlosť 80 km/h a merací interval 25 cm. Čiastkové vyhodnocovacie intervaly (okienka) dĺžky 1, 10, 20 a 100 m sú teoreticky prechádzané za čas 0,045; 0,45; 0,9 a 4,5 s.

This program evaluates the road pavement longitudinal unevenness for the Reference Quarter Car Simulation. The program simulates ride speed 80 km/h and the measurement interval is 0.25m. The evaluation of longitudinal unevenness of the road section Čičmany can be seen in Fig. 6. The single evaluated windows of the length 1, 10, 20, 100 m are theoretically ridden in time 0.045, 0.45, 0.9, 4.5 s.



Obr. 6. Parameter IRI - Čičmany Máj 93  
Fig. 6 Parameter IRI - Čičmany May 93

#### 4. Porovnávacie merania zariadení Profilograph a JP VŠDS

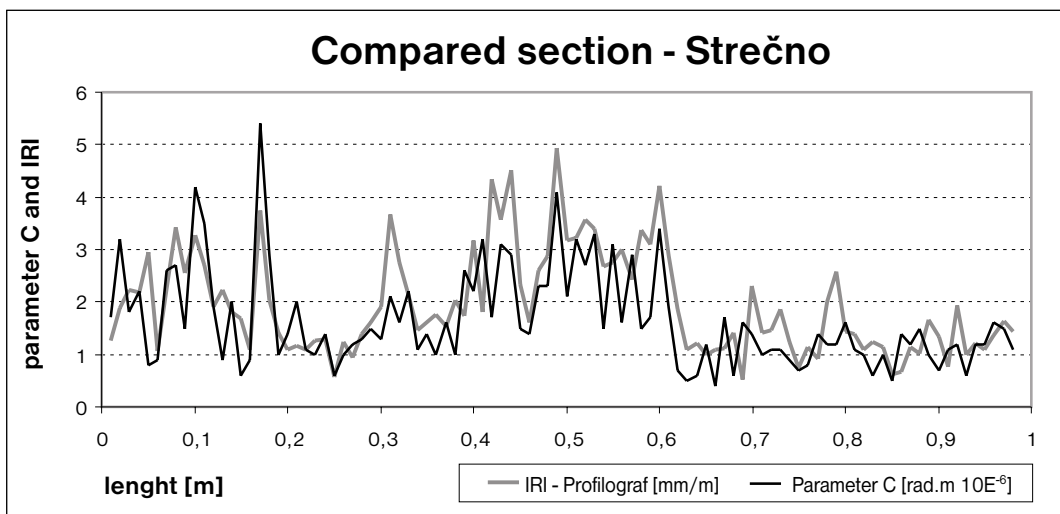
Slovenská správa ciest vlastní meracie vozidlo Profilograph umožňujúce presnú registráciu premenných i nepremenných parametrov cestnej siete.

Profilograph hodnotí pozdĺžne nerovnosti indexom IRI [5] a zariadenie JP VŠDS parametrom miery nerovnosti C.

#### 4. Comparison measurements of the equipment Profilograph, JP VŠDS

Slovak Road Administration owns a measuring vehicle „Profilograph“, which enables an exact registration of the road network's profile and surface condition.

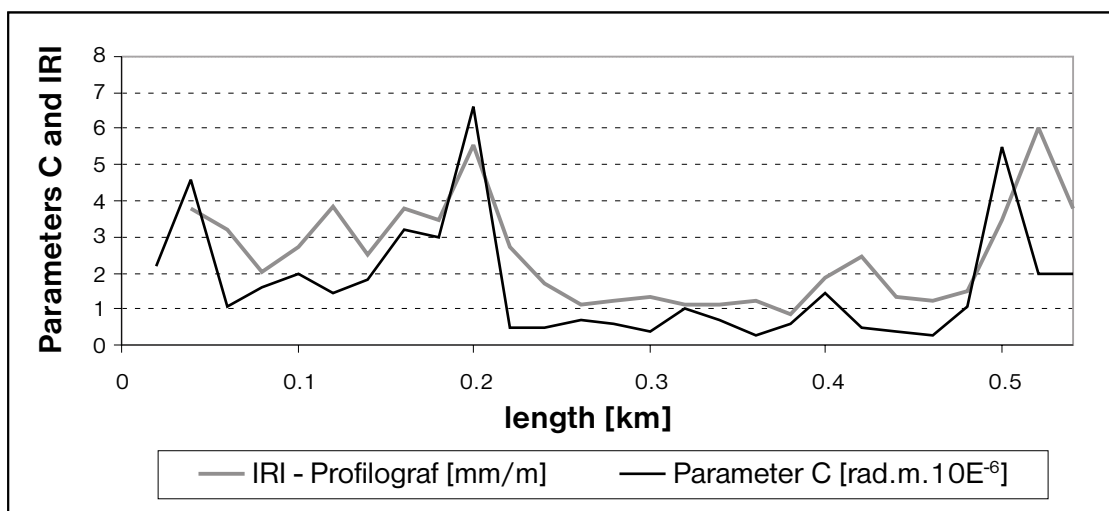
The Profilograph can evaluate longitudinal unevenness in the form of a parameter IRI [5]. Our measuring set produces parameter C.



Obr. 7. Porovnanie parametrov C a IRI pre hodnotiace okienko 10 m - Strečno 30. 10. 96  
Fig. 7 A comparison of parameters C and IRI for valuation window 10 m - Strečno 30. 10. 96

Obidve zariadenia hodnotia rovnaký premenný parameter v rôznej forme, a preto by ich výsledky mali byť porovnávané.

Both measuring equipment evaluate the same parameter in a different form, whereupon their results should be compared.

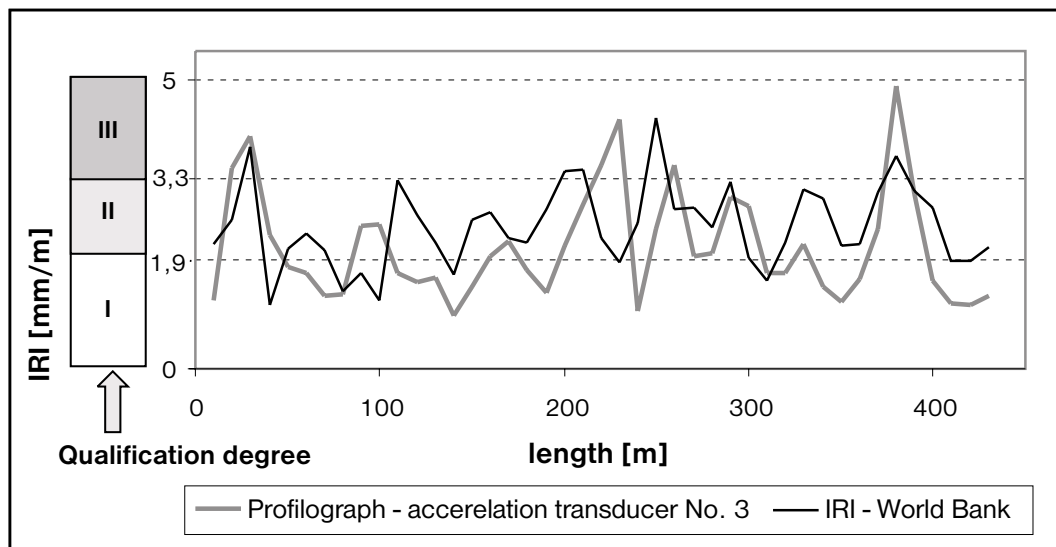


Obr. 8. Porovnanie parametrov C a IRI pre hodnotiace okienko 20 m - Strážov 23. 3. 99  
Fig. 8 A comparison of parameters C and IRI for valuation window 20 m - Strážov 23. 3. 99

Rozdiely hodnotených parametrov C a IRI pre okienka dĺžky 10 a 20 m nie sú významné (obr. 6 - 8) a preto môžeme konštatovať ich reálnu kvantifikačnú spôsobilosť.

Na základe prezentovaných skutočností bolo uskutočnené porovnanie hodnôt parametra IRI zisteného Profilografom a našim programom len pre okienko dĺžky 10 m.

The differences between windows of the length 10 and 20 m are not considerable (Fig. 6), therefore, they can be used for real valuation of the road longitudinal unevenness. Following these presented facts, we compared measurements of road longitudinal unevenness evaluated by the „Profilograph“ and the original parameter IRI for window length 10 m- Fig. 8.



Obr. 9. Porovnanie parametrov IRI cesty I/11 pre hodnotiace okienko 10 m - september 1996  
Fig. 9 Comparison of the longitudinal unevenness of the road I/11 for window 10 m

Klasifikačná stupnica na obr. 9 bola uvažovaná podľa [6]. Na základe uvedeného porovnania možno predpokladať ekvipolenciu porovnávaných parametrov IRI avšak uvedenú premisu bude potrebné potvrdiť ďalšími meraniami.

## 5. Záver

Analýzu nerovností cestných vozoviek možno považovať za substanciálnu úlohu v oblasti inžinierskeho diagnostikovania cestnej siete, a preto kvantifikácia pozdĺžnych nerovností cestných vozoviek tvorí fundament úspešnej implementácie systémov hospodárenia s vozovkami.

Porovnávanie merania umožnili predbežnú verifikáciu amplitúdovej ekvipolencie dynamických kvantifikačných parametrov pozdĺžnych nerovností cestných vozoviek C a IRI. Na základe hore uvedených skutočností možno konštatovať vhodnosť použitia výsledkov JP VŠDS pre účely systému hospodárenia s vozovkami [7], [8].

## Literatúra:

- [1] PROCHÁDZKA, M., ŠPRINC, J., KROPÁČ, O.: Teoretické základy klasifikácie nerovností vozovok. Silniční Obzor, 7/1980.

Following Fig. 9, we can assume that compared parameters IRI are equivalent. This premise will have to be verified by the next measurements and comparisons. The qualification scale of the parameter IRI in Fig. 9 was used according to [6].

## 5. Conclusions

Analysis of road pavement unevenness can be considered as one of the „first aid“ systems to the highway engineer in the survey of road networks and maintenance diagnosis, whereupon we can state that the quantification of the longitudinal unevenness is an essential attribute to the implementation of any Pavement Management System.

The comparison measurements enabled the preliminary verification of the unification of road longitudinal unevenness qualification scales for the parameters IRI and C. Therefore, the results detected by the JP VŠDS can be used for Pavement Management System [7], [8].

## References:

- [1] PROCHÁDZKA, M., ŠPRINC, J., KROPÁČ, O.: Teoretické základy klasifikácie nerovností vozovok. Silniční Obzor, 7/1980.

- [2] ČOREJ, J., DECKÝ, M.: Hodnotenie nerovností vozoviek dvojhmotovou meracou sústavou JP VŠDS. Silniční obzor 4/1996.
- [3] DECKÝ, M.: Hodnotenie pozdĺžnych nerovností cestných vozoviek meracou sústavou VŠDS. Dizertačná práca, Žilina apríl 1996.
- [4] SAYERS - GILLESPIE - QUEIROZ: International Experiment to Establish Correlation and Standard Calibration Methods for Road Roughness Measurements . Report to the World Bank, Michigan 1989.
- [5] ŠEDIVÝ, J., JELÍNEK, S., BENKO, Z.: Diagnostika vozoviek a stav cestnej siete v Slovenskej republike. Kvalita, normy a technické predpisy v cestnom staviteľstve, seminár s medzinárodnou účasťou, Žilina 4. - 5. 2. 1999.
- [6] ČSN 73 61 75 Měření nerovnosti povrchu vozovek. Český normalizačný institut 1995.
- [7] VALÚCH, M.: Systém technológií opráv cestnej vozovky na základe jej technického stavu. Dizertačná práca, Žilina 1996.
- [8] ČELKO, J.: Meranie a hodnotenie nerovností v Systéme hospodárenia s vozovkami. Silniční obzor 8/1998, str. 216-218.

*Recenzenti: I. Gschwendt, J. Mikolaj*

- [2] ČOREJ, J., DECKÝ, M.: Hodnotenie nerovností vozoviek dvojhmotovou meracou sústavou JP VŠDS. Silniční obzor 4/1996.
- [3] DECKÝ, M.: Hodnotenie pozdĺžnych nerovností cestných vozoviek meracou sústavou VŠDS. Dizertačná práca, Žilina apríl 1996.
- [4] SAYERS - GILLESPIE - QUEIROZ: International Experiment to Establish Correlation and Standard Calibration Methods for Road Roughness Measurements . Report to the World Bank, Michigan 1989.
- [5] ŠEDIVÝ, J., JELÍNEK, S., BENKO, Z.: Diagnostika vozoviek a stav cestnej siete v Slovenskej republike. Kvalita, normy a technické predpisy v cestnom staviteľstve, seminár s medzinárodnou účasťou, Žilina 4. - 5. 2. 1999.
- [6] ČSN 73 61 75 Měření nerovnosti povrchu vozovek. Český normalizačný institut 1995.
- [7] VALÚCH, M.: Systém technológií opráv cestnej vozovky na základe jej technického stavu. Dizertačná práca, Žilina 1996.
- [8] ČELKO, J.: Meranie a hodnotenie nerovností v Systéme hospodárenia s vozovkami. Silniční obzor 8/1998, str. 216-218.

*Reviewed by: I. Gschwendt, J. Mikolaj*

Karol Potoček \*

# EFEKTÍVNOSŤ VYNALOŽENÝCH FINANČNÝCH PROSTRIEDKOV PRI DODATOČNOM ZATEPLENÍ BUDOV

## THE EFFECTIVENESS OF GIVEN FINANCIAL RESOURCES FOR THE ADDITIONAL THERMAL INSULATION OF BUILDINGS

*Súčasný rozvoj materiálovej základne a technológií umožňuje rôznym spôsobom zlepšiť tepelnoizolačné vlastnosti existujúcich obalových konštrukcií budov. Jednotlivé spôsoby sa medzi sebou okrem iného líšia i životnosťou. Príspevok sa zaoberá hodnotením dodatočného zateplenia z pohľadu návratnosti vynaložených finančných nákladov vo vzťahu k jeho životnosti. Uvádzajú sa tu základné výpočtové vzťahy a ich grafické znázornenie slúžiace pre posúdenie ekonomickej efektívnosti.*

### Úvod

Dôležitou súčasťou úžitkovej hodnoty budovy, či dokonca nevyhnutnou podmienkou pre jej prevádzku je zabezpečenie tepelných pomerov vhodných pre pobyt a prácu ľudí, prípadne pre technologické procesy prebiehajúce v budove. Súčasná energetická situácia stavia užívateľov vykurovaných budov pred naliehavú úlohu znížiť spotrebu energie na ich vykurovanie. K splneniu tejto požiadavky môže výrazne pomôcť zvýšenie tepelnoizolačných vlastností jestvujúceho obalového plášťa budovy.

Zvyšovanie tepelnoizolačných vlastností týchto konštrukcií má okrem technických aj ekonomické obmedzenia. Predmetom tohto článku je preto snaha prispieť k formovaniu názoru na efektívne vynakladanie finančných prostriedkov slúžiacich pre realizáciu zlepšenia tepelnoizolačných vlastností obalových konštrukcií budovy.

### 1. Hranice ekonomickej efektívnosti

Základnou tepelno-technickou vlastnosťou obvodových konštrukcií je ich tepelný odpor. Veľkosť tepelného odporu determinuje súčiniteľ prechodu tepla  $k$  ( $W \cdot m^2 \cdot K^{-1}$ ), ktorým sa do výpočtu tepelných strát budov podľa STN 060210 zahrňa vplyv tepelno-izolačných vlastností obvodovej konštrukcie. Vyššie tepelné odpory obvodových konštrukcií tak majú priamy dopad na zníženie spotreby energie na vykurovanie.

Ak budeme teda zväčšovať hrúbku tepelnoizolačnej vrstvy t. j. zlepšime tepelno-technické vlastnosti stenových konštrukcií

*Current development of material base and technology enables different ways to improve heat-insulating properties of existing packing constructions of the building. Particular ways are different among themselves concerning the service life. This contribution deals with the appreciation of additional thermal insulation while taking into account the return of financial expenses in the relation to its service life. Basic calculation formulas and their graphical illustration (which gauges economical effectiveness) are presented.*

### Introduction

Securing thermal ratios suitable for the workplace or for technological processes is an important condition for the operation and derived value of a building. Current energy costs are an incentive to reduce energy consumption in the heating of buildings. The augmentation of heat-insulating properties of existing packing covering of these buildings can help to fulfil this requirement.

The augmentations of heat-insulating properties of these constructions have technical and economical limitations. This contribution aims at improving and realizing cost effective heat-insulating properties of packing construction in a building.

### 1. The borders of economical effectiveness

The basic heat-insulating property of circumferential constructions is their thermal resistance. The size of thermal resistance determines heat thermal transmittance  $k$  ( $W \cdot m^2 \cdot K^{-1}$ ) which influences the heat-insulating properties of circumferential construction in the calculation of thermal losses of the building (according to STN 060210). Therefore, a higher thermal resistance of circumferential constructions has a direct influence on the decrease of the energy consumption of the heating.

If we augment the width of the heat-insulating layer (i.e. we improve the heat-technical properties of wall constructions), though the expense for their making increase, the expenses for the

\* Ing. Karol Potoček, PhD.

Department of Building Constructions and Town Planning, University of Žilina, Faculty of Civil Engineering, Komenského 52, 010 26 Žilina  
Phone: +421-89-7634 818-9/207

stúpajú síce ich náklady na zhotovenie, súčasne sa však znižujú náklady na vyhotovenie vykurovacej sústavy a náklady na vykurovanie. Z tepelno-ekonomického hľadiska sa považuje za najvýhodnejšie tá stenová konštrukcia, ktorej je súčet uvedených nákladov čo najmenší.

Pri postupe podľa STN 730549 sa používa obvykle metóda súčasnej hodnoty, kedy sa všetky náklady (náklady na vyhotovenie konštrukcie a náklady spojené s údržbou konštrukcie a vykurovaním budovy), vzťahnuté na 1 m<sup>2</sup> vonkajšej stenovej konštrukcie, prepočítajú k jednému časovému okamžiku, najčastejšie k obdobiu dokončenia budovy. Prevádzkové náklady pozostávajúce z pravidelných ročných výdavkov sa prepočítavajú na súčasnú hodnotu a spolu s nadobúdacími počiatočnými finančnými nákladmi tvoria základ tepelno-ekonomického hodnotenia.

Všeobecne sa teda predpokladá, že tie obvodové steny, ktoré zohľadňujú náklady na vyhotovenie a náklady na vykurovanie, sú tepelno-ekonomické. Takéto hodnotenie sa považuje za rozhodujúce vtedy, ak tepelný odpor steny vychádza väčší než je požadovaný najmenší dovolený odpor  $R$  (m<sup>2</sup>.K.W<sup>-1</sup>), určený normatívnym predpisom pre klimatickú oblasť, v ktorej sa budova nachádza. Predpokladajme, že na vyhotovenie dodatočného zateplenia vynaložíme finančné prostriedky o výške  $K$  (Sk).

Týmto finančným nákladom budú zodpovedať úspory na tepelnej energii dodávanej vykurovacou sústavou do budovy. Tieto úspory nech predstavujú ročné zníženie vykurovacích nákladov o  $\Delta m$  (Sk). Dodatočná úprava konštrukcií - zateplenie - je potom ekonomicky a tepelno-energeticky efektívna, ak v čase životnosti takejto úpravy konštrukcie budú dosahované úspory  $\Delta m$  (Sk) rovné prípadne väčšie než boli vynaložené finančné prostriedky na jej vyhotovenie. Túto závislosť možno vyjadriť nasledovným vzťahom:

$$K \leq \Delta m \left[ \frac{1}{i} - \frac{1}{i \cdot (1+i)^n} \right] \quad (1)$$

v ktorom

$i$  - je priemerná miera kapitálových nákladov na investíciu (diskontná miera investora %)

$n$  - je počet rokov v ktorých získame ročné zníženie nákladov o  $\Delta m$  (Sk).

Vzťah (1) môžeme zjednodušiť do tvaru:

$$K \leq \Delta m \cdot h \quad (2)$$

v ktorom

$$h = \frac{1}{i} - \frac{1}{i \cdot (1+i)^n} = \frac{1}{i} \left[ 1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right] \quad (3)$$

Analýzujeme teraz vzťah životnosti dodatočnej úpravy steny zvýšením jej tepelnoizolačnej schopnosti a diskontnej miery investora.

making of the heating system and the expenses for heating decrease. We regard wall constructions (at which the sum of noticed expenses is smallest) as the best solution for this economical problem.

We usually use the method of current value (at the course according to STN 730549) for all expenses (the expenses for the making of the building and expenses connected with the construction service and building heating) applied at 1 m<sup>2</sup> of exterior wall construction and calculated to one instant in time (usually the time when the building is finished).

Working expenses which consist of periodical annual outlay are calculated at current value and together with the investment of the initial cost make the base of thermal-economical appreciation.

Generally, we can expect that those circumferential walls which don't take the expenses for their making and the expenses for the heating into account are thermal-economical. This appreciation is regarded as crucial in the case when thermal resistance of the wall is higher than the required smallest allowed thermal resistance  $R$  (m<sup>2</sup>.K. W<sup>-1</sup>) determined by the normative rule for climatic area in which the building is located.

Suppose, that we give financial resources  $K$  (Sk) for the making of additional thermal insulation. The savings at thermal energy given through heating system into the building correspond with these financial expenses. These savings represent an annual decrease of heating expenses of about  $\Delta m$  (Sk). Additional correction of the constructions - warming will be afterwards economical and thermal-energetic effective if in the time of service life of this construction, corrections have reached the savings  $\Delta m$  (Sk) equal to or higher than the given financial resources for its making. We can express this connection as follows:

$$K \leq \Delta m \left[ \frac{1}{i} - \frac{1}{i \cdot (1+i)^n} \right] \quad (1)$$

in which

$i$  - is average rate of capital expense for the investment (discount rate of investor %)

$n$  - is the rate of the years in which we gain annual decrease of the expenses about  $\Delta m$  (Sk)

We can simplify the relation (1) to the form :

$$K \leq \Delta m \cdot h \quad (2)$$

And now let's analyze the relation of service life of additional wall repair by the augmentation of its heat-insulating ability and discount rate of the investor.

$$h = \frac{1}{i} - \frac{1}{i \cdot (1+i)^n} = \frac{1}{i} \left[ 1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right] \quad (3)$$



Dôležitou skutočnosťou je tu potom zdroj financovania investície, pretože z neho sa odvíja diskontná miera investora. Nie je totiž jedno, či investor financuje investíciu z vlastných finančných zdrojov, alebo vykonáva práce finančnými prostriedkami získanými z úveru, prípadne výnimočných dotácií.

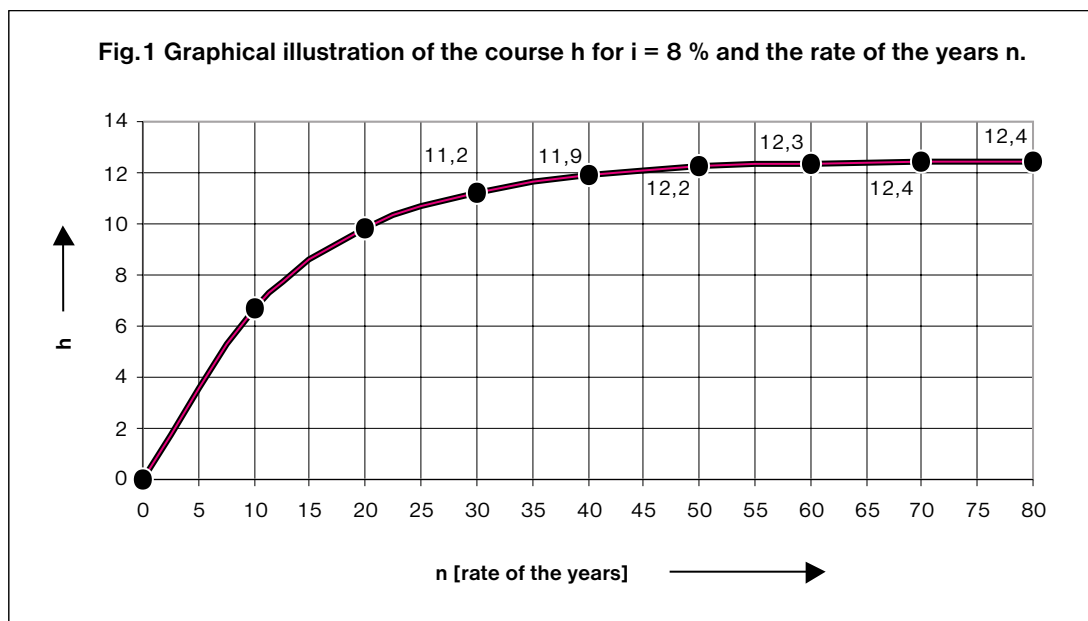
Predpokladajme, že životnosť stavebných objektov je 77 rokov od časového okamžiku ich postavenia. Životnosť vykurovacej sústavy sa uvažuje asi polovičná v porovnaní so životnosťou budovy. Čo znamená, že po 38 rokoch je nutné počítať s finančnými nákladmi na rekonštrukciu vykurovacej sústavy.

Z uvedeného vyplýva, že životnosť vyhotovenia dodatočných úprav na zlepšenie tepelnoizolačných vlastností obvodových konštrukcií sa môže pohybovať v maximálnom rozsahu do 77 rokov. Z grafického znázornenia vzťahu (3), ktorý je na obr. č. 1 môžeme potom určiť hraničné hodnoty ekonomickej efektívnosti vynaložených finančných prostriedkov na zníženie tepelných strát vykurovaného objektu v závislosti od konkrétnej diskontnej miery investora  $i$  (%) a počtu rokov, počas ktorých využívame takúto dodatočnú úpravu.

The source for financing the investment is an important item because discount rate (of the investor) goes on it. Because it is not the same whether the investor finances the investment from their own financial sources or he does the work by dint of financial resources gained from the credit or special endowments.

Suppose the service life of building objects is 77 years from the time when they were built. The service life of the heating system is approximately half in comparison to the service life of the building. It means that after 38 years it is necessary to count on financial expenses for the reconstruction of heating system.

It can be seen from experience that the service life of making the additional repairs for the improvement of heat-insulating properties of circumferential construction can be in the maximum range up to 77 years. We determine from the graphic illustration the relation (3) which is on Fig. 1. marginal values of economical effectiveness of given financial resources for the decrease of thermal losses of heated building in connection with concrete discount rate of the investor  $i$  (%) and the rate of the years during which we exploit this additional correction.



V grafickom znázornení závislosti na obr. č. 1 nie sú zohľadnené nárasty cien tepelnej energie v čase sledovania. Predpokladajme, že majiteľ budovy chce zatepliť budovu a požičia si v peňažnom ústave peniaze v hotovosti na túto investíciu. Uvažujme s úrokovou sadzbou za takýto úver  $i = 8\%$ . Nech sa rozhodne vykonať zateplenie budovy po 20 rokoch od jeho postavenia. Potom bude teoretická doba využívania takejto investície 50 rokov za predpokladu rovnakej životnosti dodatočného zateplenia.

Hodnota koeficientu  $h$  podľa vzťahu (3) je potom 12,3. Po dosadení do vzťahu (2) získame nasledovnú podmienku: na dodatočné zateplenie uvažovanej budovy je výhodné každé technické,

The increase of the prices of thermal energy in a selected period is not taken into account in the graphical illustration on Fig. 1. Suppose the owner of the building wants to give thermal insulation to the building and he borrows cash from a financial institute for this investment. He takes the offered rate into account for this credit  $i = 8\%$ . He decides to do this thermal insulation of the house 20 years from the time when the building was built.

Then the theoretical time of the exploitation of this investment is 50 years granted the same service life of the additional thermal insulation. The value of the coefficient  $h$  according to the equation (3) is 12,3. After we give it into the

technicko-prevádzkové opatrenie, ktoré nestojí viac ako 12,3 násobok ním umožnených ročných úspor  $\Delta m$  (Sk) na vykurovanie.

Ak budeme uvažovať teoreticky neobmedzenú životnosť dodatočného zateplenia, čo znamená, že v časovo neobmedzenom úseku budeme získavať úsporu  $\Delta m$  (Sk) ročne, potom sa bude koeficient  $h$  v rovnici (3) blížiť k hodnote  $h \cong 1/i$ . Pri úrokovej sadzbe  $i = 8\%$  tým získame hodnotu  $h = 12,5$ . Táto hodnota sa odlišuje iba málo od hodnoty ktorú získame pre 50 ročnú životnosť.

Súčasnú podmienku v oblasti zásobovania energiami možno charakterizovať stavom liberalizácie trhu. Dodávateľ energie v takomto liberalizovanom prostredí obyčajne reaguje na meniace sa potreby zákazníka vhodne vytvorenou štruktúrou cien. Cenová štruktúra v prvom rade zodpovedá záujmom a potrebám energetického systému a až v druhom rade požiadavkám zákazníkov. Cieľom takejto cenovej politiky je účinne pôsobiť v nasledujúcich oblastiach:

- Ovplyvňovať ponuku a dopyt. Pri návrhu cien zohľadniť záujem štátu ako aj záujem výrobcu a distribútora energie, prípadne spotrebiteľa.
- Regulujú dopyt po energii, pretože akékoľvek dotácie do cien energie vedú k zlým návykom odberateľov pri spotrebe energie.
- Ceny energie musia odrážať náklady na výrobu, distribúciu a primeraný zisk. Pokryvanie nákladov energetických podnikov s primeraným ziskom potom zabezpečí aj prisun prostriedkov do štátneho rozpočtu.
- Ceny energie musia zabezpečovať schopnosť vzájomnej konkurencie jednotlivých palív medzi sebou všade tam, kde je to možné. Osobitne v prípade elektriny, zemného plynu a tepla pre vykurovanie budov.

Každý štát v rámci svojej politiky má vypracovanú stratégiu dosiahnutia vyššie uvedených cieľov. V prvej etape platnej do roku 2000 sa na Slovensku uvažuje tzv. vyrovnanie cenových hladín. Jedná sa o vyrovnanie nízkej úrovne stratových cien na úroveň ziskových cien. V druhej etape do roku 2002 bude vytvorený nový tarifný systém. Tretia etapa po roku 2003 bude obdobím uplatňovania štandardnej cenovej regulácie.

V oblasti vývoja cien v energetike prijala rada EÚ smernicu č. 90/377 EEC o postupe pri zdokonaľovaní priehľadnosti cien plynu a elektriny účtovaných konečným spotrebiteľom. Jej opatrenia začnú platiť v členských štátoch EÚ od februára 1999. Pre porovnanie uvedieme napr. ceny elektrickej energie z roku 1996 v rôznych krajinách obr. č. 2. Cena elektrickej energie na Slovensku podľa tohto patrí medzi najnižšie z hodnotených krajín a je preto predpoklad jej nárastu na ceny platné v EÚ.

Predpokladá sa pritom zvýšenie ceny elektrickej energie v časovom horizonte do roku 2002 nasledovne; rok 1999 o +33 %, rok 2000 o +10 %, rok 2001 o +14 % a rok 2002 o +4 %. Ďalej sa predpokladá dôsledné stanovovanie cien energie, ktoré bude vychádzať zo vzájomnej zameniteľnosti jednotlivých palív, a to

relation (2) we achieve the following condition: every technical, technical - working rate which doesn't cost more than 12.3 multiple by it enabled annual savings  $\Delta m$  (Sk) at the heating is effective at additional thermal insulation of the selected building.

If we debate theoretically limitless service life of additional thermal insulation it means that we gain (in time limitless stretch the saving  $\Delta m$  (Sk) annually then the coefficient  $h$  (in the equation (3)) will come closer to the value  $h \cong 1/i$ . We gain the value  $h = 12.5$  with the offered rate  $i = 8\%$ . This value is different only a little bit from the value which we gain for 50 years service life.

Current conditions in the realm of energy supply can be characterized by the condition of market liberalization. The energy contractor usually acts (in this liberalized surrounding) at the changing needs of the customers by price structuring. The price structure in the first case corresponds to the interests and the needs of the energetic system and in the second case to the demands of the customers. The goal of this price politics is to act efficiently in the following realms:

- To influence the demand and supply. To take (at the price system) the interest of the state as also the interest of the producer and distributor of the energy (or the consumer) into account.
- To control the demand for the energy because any endowments into the energy prices lead to wrong habits of the users at the energy consumption.
- The energy prices must reflect the expenses of the production, distribution and proper profit. The expenses covered by energetic companies (with proper profit) will secure also the resources for the state budget.
- The energy prices must secure the ability of mutual competition of particular fuels among themselves everywhere where it is possible. Particularly in the case of electricity, natural gas and the heat for the building heating.

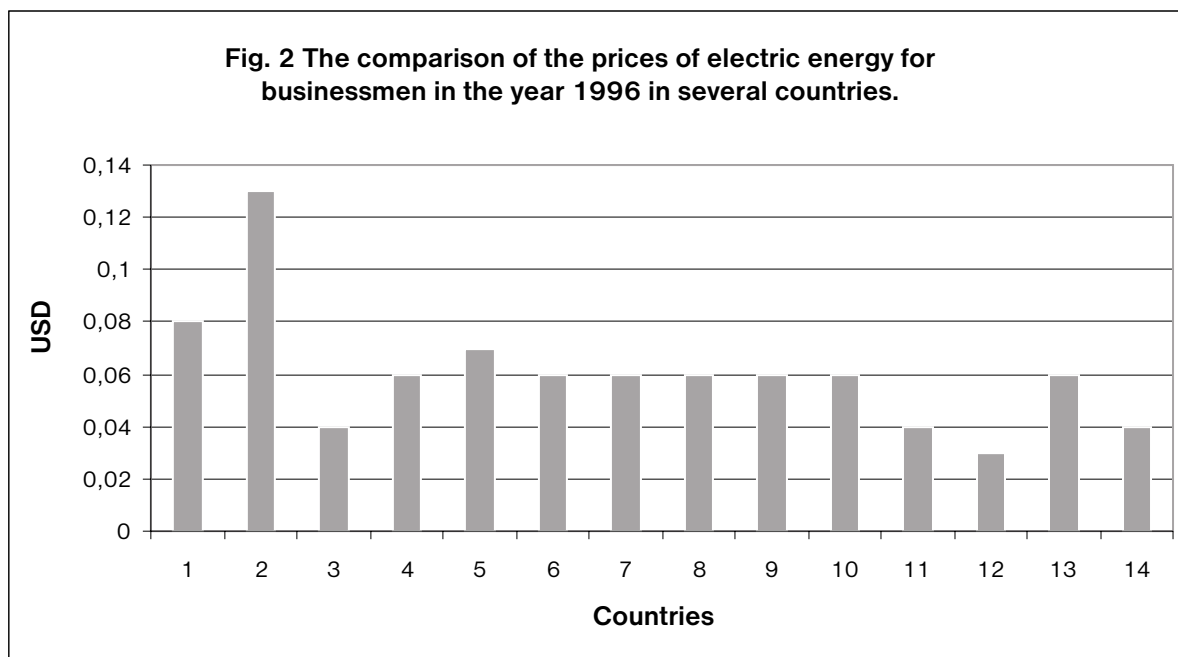
Every country in its own politics already has a strategy for the achievement of noticed goals. We consider the first stage valid till the year 2000 as the so-called "balance of price levels". It is the balance of low level of loss prices to the level of profit prices. In the second stage till the year 2002 a new rate system will be made. The third stage after the year 2003 will be the time of the enforcement of standard price regulation.

The EU council accepted in the realm of price development in energy the guideline no. 90/377/EEC about the process at the improvement of the transparency of the prices: of gas and electricity charged to the final consumer. Its measure will be valid in the states of the membership of EU from February 1999. We are going to write here (for the consumption) the energy prices from the year 1996 in different countries Fig. 2. The price of electric energy in Slovakia according to this belongs among the lowest of the rated countries.

Hence, we suppose its increase on the prices valid in EU. We presume that the price increase of electric energy in the time horizon till the year 2002 as follows: the year 1999 about + 33 %,

najmä elektriny, zemného plynu a tepla produkovaného centrálnymi zdrojmi na vykurovanie budov. Z uvedených dôvodov je zrejmé, že časový priebeh ročných energetických úspor  $\Delta m$  nebude v takýchto podmienkach konštantný, pretože ceny za energiu ročne narastajú.

year 2000 about + 10 %, year 2001 about + 14 % and year 2002 about + 4 %. The determination of energy prices (which will go on mutual changeability of particular fuels as electricity, natural gas and the heat produced by central sources for the building heating) is supposed.



**Legenda:** 1 - Rakúsko, 2 - Švajčiarsko, 3 - Česká republika, 4 - Francúzsko, 5 - Veľká Británia, 6 - Grécko, 7 - Írsko, 8 - Izrael, 9 - Taliansko, 10 - Luxembursko, 11 - Poľsko, 12 - Rumunsko, 13 - Slovinsko, 14 - Slovensko.

**The key:** 1 - Austria, 2 - Switzerland, 3 - Czech Republic, 4 - France, 5 - Great Britain, 6 - Greece, 7 - Irish Republic, 8 - Israel, 9 - Italy, 10 - Luxembourg, 11 - Poland, 12 - Romania, 13 - Slovenia, 14 - Slovakia.

Pôvodné uvažované úspory  $\Delta m$  budú potom narastať ročne o  $\Delta m (1 + r_x)$ , kde  $r_x$  je koeficient nárastu ceny energie, ktorý môže byť v každom roku iný. Táto skutočnosť vo svojej časovej následnosti je uvedená v tab. č. 1.

It can be seen from the noticed reasons that the time course of annual energetic savings  $\Delta m$  will not, in these conditions, be constant because the prices for the energy increase annually. Originally considered savings  $\Delta m$  will then increase about  $\Delta m (1 + r_x)$ , where  $r_x$  is the coefficient of price increase of the energy which can be different every year. This fact (is its time sequence) is noticed in chart no. 1.

Časové vyjadrenie nekonštantných ročných úspor z dôvodov zníženia nákladov na vykurovanie. Tab. 1

Rok	Úspory vykurovacích nákladov v jednotlivých rokoch	Poznámka
0		Vyhotov. zateplenia
1	$\Delta m (1 + r_1)$	
2	$[\Delta m (1 + r_1)] \cdot (1 + r_2)$	
3	$[[\Delta m (1 + r_1)] \cdot (1 + r_2)] \cdot (1 + r_3)$	
•	•	
•	•	
•	•	
N	$\Delta m \cdot (1 + r_1) \dots (1 + r_{n-1}) \cdot (1 + r_n)$	

Time expression of inconstant annual savings from the reasons of expenses reduction for the heating. Tab. 1.

Year	The saving of heated expenses in particular years	Comment
0		The rating of the warming
1	$\Delta m (1 + r_1)$	
2	$[\Delta m (1 + r_1)] \cdot (1 + r_2)$	
3	$[[\Delta m (1 + r_1)] \cdot (1 + r_2)] \cdot (1 + r_3)$	
•	•	
•	•	
•	•	
N	$\Delta m \cdot (1 + r_1) \dots (1 + r_{n-1}) \cdot (1 + r_n)$	

Pre zjednodušenie predpokladajme, že ceny za energiu budú v každom roku využívania zateplenia narastať rovnakým koefi-

cientom nárastu  $r$  (%). Dodatočné zateplenie bude potom energeticky efektívne, keď výška financií  $K$  (Sk) vynaložených na jeho vyhotovenie bude nižšia prípadne rovná výške dosiahnutých úspor podľa [5] nasledovne:

$$K \leq \Delta m \frac{1+r}{1+i} + \Delta m \frac{(1+r)^2}{(1+i)^2} + \Delta m \frac{(1+r)^3}{(1+i)^3} + \dots + \Delta m \frac{(1+r)^n}{(1+i)^n} \quad (4)$$

čo možno upraviť do tvaru:

$$K \leq \Delta m \cdot d \quad (5)$$

v ktorom

$$d = \frac{1+r - (1+r) \cdot [(1+r)/(1+i)]^n}{i-r} \quad (6)$$

Vo vzťahu (6) sú uvedené väzby medzi priemernou mierou finančných nákladov na dodatočné zateplenie, dobou využívania úžitku z tohto dodatočného zateplenia a koeficientom ročného nárastu ceny energie na vykurovanie. Predpokladajme priemerný ročný nárast ceny energie v zmysle našich predchádzajúcich úvah pre roky 1999 - 2002 o  $r = 15\%$  a priemernú mieru kapitálových nákladov investora  $i = 8\%$ . Ak by sme pri takýchto podmienkach brali úžitok z dodatočného zateplenia len v rokoch 2000, 2001 a 2002 potom by bola pre investora výhodná každá investícia na zlepšenie tepelnej izolácie, ktorá by nestála viac než 3,4 násobok nou spôsobeného ročného zníženia nákladov na vykurovanie.

We suppose for simplification that the energy prices will increase in every year of the thermal heating exploitation by the same increase coefficient  $r$  (%). The additional thermal insulation will be energetically efficient when the size of finances  $K$  (Sk) given for its making will be lower or equal to the size of achieved savings according to [5] as follows:

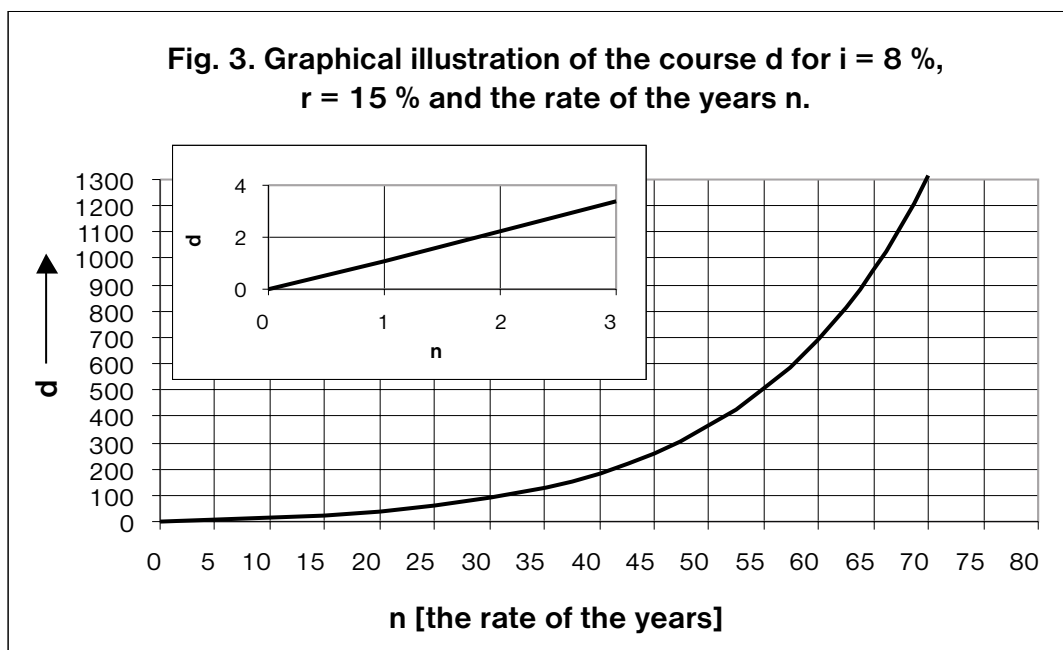
this is possible to rewrite into the form:

$$K \leq \Delta m \cdot d \quad (5)$$

in which

$$d = \frac{1+r - (1+r) \cdot [(1+r)/(1+i)]^n}{i-r} \quad (6)$$

The mutual connections (among the average measure of financial expenses at additional thermal insulation, the time of benefit exploitation from additional thermal insulation and the coefficient of annual increase of the energy price for the heating) are written in equation (6). Suppose, the average annual increase of energy price in the same way as our previous reflection for the years 1999-2002 about  $r = 15\%$  and the average measure of capital expenses of the investor  $i = 8\%$ . If we take (at these conditions) the benefit from additional thermal insulation only in the years 2000, 2001 and 2002 then every investment (for the improvement of heat insulation) will be advantageous (for the investor) which does not cost more than 3.4 multiple by it caused annual reduction of the expenses for the heating.



Túto hodnotu možno odčítať z grafického znázornenia vzťahu (6) pre uvažované podmienky. Ak budeme brať úžitok z vynaloženej investície na zateplenie pri nezmenených a konštantných hodnotách  $r$  (%),  $i$  (%) počas ľubovoľného dlhšieho obdobia, môžeme z obr. č. 3. odčítať podmienku pre vhodnú výšku investície na dodatočné zateplenie uvažovanej vykurovanej budovy.

## 2. Záver

Zohľadnenie nárastu cien energie spotrebovanej na vykurovanie budovy má za následok požiadavku podstatne zvýšiť finančné náklady na zlepšenie tepelnej izolácie tejto budovy. Ak zavedieme nasledovné výpočtové zjednodušenia:

- Cena za energiu spotrebovanú na vykurovanie budovy bude v čase konštantná, alebo sa bude meniť zanedbateľne  $r = 0$  %.
- Budeme predpokladať neobmedzenú životnosť dodatočného zateplenia počas existovania budovy.

Na základe tohto môžeme vysloviť potom ekonomickú podmienku, že výhodné je každé zlepšenie tepelnoizolačných vlastností, na ktoré nemusíme vynaložiť viac finančných prostriedkov, ako  $1/i$  - násobok ním umožnených ročných úspor na vykurovanie.

## Literatúra

- [1] BEŤKO. B., TOMAŠOVIČ. P.: Stavebná tepelná technika, Stavebná akustika, Vydavateľstvo STU Bratislava 1993, SR.
- [2] HALAHYJA, M., CHMÚRNY, I., STERNOVÁ, Z.: Stavebná tepelná technika, JAGA Bratislava 1998
- [3] ZAJAC, J.: Stavebná fyzika, ES Žilinská univerzita, 1997.
- [4] BIELEK, M.: Budova a energia, Vidas, spol. s r. o., Banská Bystrica, 1995.
- [5] SCHNEIDER, E.: Wirtschaftlichkeitsrechnung, Theorie der Investicion 8. Aufl. Tübingen 1973.
- [6] Ministerstvo hospodárstva Slovenskej republiky: Energetika Slovenskej republiky v číslach (roky 1990 až 1996) Bratislava, máj 1998.
- [7] BLAKE, D.: Analýza finančných trhov, Grada, Praha 1995
- [8] BREALEY, R. A., MYERS, S. C.: Teorie a praxe firemních financí, Victoria Publishing, Praha '94
- [9] SHARPE, W. T., ALEXANDER, G. J.: Investice, Victoria Publishing, Praha 1994

Recenzenti: J. Zajac, J. Svrček

This value can be seen from the graphical illustration of equation (6) for the mentioned conditions. If we take the benefit from given investment for the thermal insulation at the same and constant values  $r$  (%),  $i$  (%) during any longer time, we can see from Fig. 3. the condition for suitable investment size for additional thermal insulation of that heating building.

## 2. Conclusion

If we take the increase of the prices of consumed energy for the heating of the building into account, its consequence will be the requirement for increased financial expenses for the improvement of heat insulation of this building. If we use the following calculation simplification:

- The price for the consumed energy for the building heating will be in time constant or will change negligible  $r = 0$ %.
- We will presume unlimited life service of additional thermal insulation during the building's existence.

We can say on the strength of this one economic condition that every improvement of heat insulating properties for which we must not give more financial resources than  $1/i$  - multiple by it enabled annual savings for the heating is efficient.

## References

- [1] BEŤKO. B., TOMAŠOVIČ. P.: Stavebná tepelná technika, Stavebná akustika, Vydavateľstvo STU Bratislava 1993, SR.
- [2] HALAHYJA, M., CHMÚRNY, I., STERNOVÁ, Z.: Stavebná tepelná technika, JAGA Bratislava 1998
- [3] ZAJAC, J.: Stavebná fyzika, ES Žilinská univerzita, 1997.
- [4] BIELEK, M.: Budova a energia, Vidas, spol. s r. o., Banská Bystrica, 1995.
- [5] SCHNEIDER, E.: Wirtschaftlichkeitsrechnung, Theorie der Investicion 8. Aufl. Tübingen 1973.
- [6] Ministerstvo hospodárstva Slovenskej republiky: Energetika Slovenskej republiky v číslach (roky 1990 až 1996) Bratislava, máj 1998.
- [7] BLAKE, D.: Analýza finančných trhov, Grada, Praha 1995
- [8] BREALEY, R. A., MYERS, S. C.: Teorie a praxe firemních financí, Victoria Publishing, Praha '94
- [9] SHARPE, W. T., ALEXANDER, G. J.: Investice, Victoria Publishing, Praha 1994

Reviewed by: J. Zajac, J. Svrček

Janka Gombitová \*

# POSÚDENIE VHODNOSTI POUŽITIA NETRADIČNÉHO MATERIÁLU NA SANÁCIU ŽELEZNIČNÉHO SPODKU

## THE EVALUATION OF THE APPROPRIATENESS OF RAILWAY SUBGRADE RESTORATION WITH AN UNCONVENTIONAL MATERIAL

*Príspevok obsahuje výsledky dosiahnuté pri skúmaní nového geosyntetického výstužného materiálu - GEOWEB použitého na sanáciu železničného spodku. Nakoľko pri stavebných opravách v rámci modernizácie železničných tratí a staníc nevystačíme len s tradičnými - doteraz väčšinou používanými materiálmi.*

### Úvod

Pri modernizácii železničných tratí a staníc sa má postupovať v súlade s parametrami odporúčanými v dohodách AGC a AGTC. To znamená, že na vybraných tratiach pre modernizáciu je potrebné zvýšiť traťovú rýchlosť na 160 km.h<sup>-1</sup>, upraviť prejazdný prierez na UIC GC a triedu zaťaženia na D4 UIC. Z toho vyplýva, že pri stavebných úpravách v rámci modernizácie na koridorových tratiach, nevystačíme len s klasickými tradičnými, doteraz väčšinou používanými materiálmi. Je potrebné používať aj materiály nové, netradičné, ktoré môžu výrazne ovplyvniť kvalitu železničných tratí a staníc.

Týka sa to aj železničného spodku, kde od kvality návrhu a stavby závisí zabezpečenie dlhoročnej, dostatočne únosnej a bezpečnej jazdnej dráhy pre železničné vozidlá. Najčastejšími metódami sanácie železničného spodku na koridorových tratiach je zlepšovanie zemín s pojivami, ako napr. vápno, cement a vystužovanie zemín a konštrukčných vrstiev geosyntetickými materiálmi. Jedným z takýchto nových materiálov je aj bunkový systém GEOWEB, ktorý patrí do technológie vystužovania zemín geosyntetickými materiálmi.

### 2. Vystužovací bunkový systém GEOWEB

Konštrukcia GEOWEB je bunkový spevňovací systém, ktorý bol vyvinutý koncom 70. rokov ako súčasť kooperačného výskumného úsilia s US Army Corps of Engineering. Je dostupný v dvoch odlišných druhoch povrchovej úpravy: hladkej a textúrovej.

Systém GEOWEB môže byť využitý pre granulárnu výplň pomocou materiálov dostupných priamo na mieste sanácie pod-

*This paper deals with the results achieved during the testing of a new geosynthetic reinforcing material - GEOWEB, which was used for the restoration of railway subgrade. Conventionally used materials are no longer sufficient for reconstruction works within the modernisation of railway tracks and stations.*

### Introduction

When modernising railway tracks and stations, we must keep the parameters recommended by agreements AGC and AGTC. That means it is necessary for modernised tracks to increase track speed up to 160 km.h<sup>-1</sup> and to accommodate the structure gauge according to UIC GG and the class of load according to D4UIC. It follows that the classical, conventional materials used so far are not sufficient for reconstruction works within the modernisation of the corridors. It is also necessary to use new materials which are unconventional. This can significantly influence the quality of railway tracks and stations.

It also concerns railway subgrade where long - time, sufficiently supported load and safe running line for railway vehicles depend on the quality of the design and reconstruction of this railway subgrade. The most frequently used methods of railway subgrade restoration on the corridor tracks are the improvement of soil by such materials as lime and cement, and the reinforcing of soil and construction layers by geosynthetic materials. One such new material is the cellular confinement system GEOWEB, using the technology of reinforcing soil with geosynthetic materials.

### 2. Cellular Confinement System GEOWEB

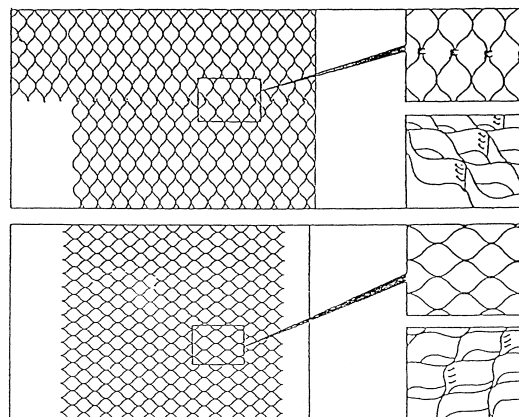
GEOWEB construction is a cellular confinement system which was developed at the end of the 70s as part of a cooperative research effort with the US Army Corps of Engineering. It is available in two different superficial forms - smooth and textured.

The GEOWEB system can be utilised for granular filler by using the materials accessible right at the area of restoration of

\* Doc. Ing. Janka Gombitová, PhD.

Department of Railway Engineering and Track Economy and Management, Faculty of Civil Engineering, University of Žilina, Komenského 52, 01026 Žilina, Slovak Republic, Tel: 00421-89-43374, fax:00421-89-7233502, e-mail: gombit@fstav.utc.sk

valového podložia (neúnosný materiál zemnej pláne, výzisk z čistenia koľajového lôžka), ako náhrada za drahé dovážané materiály (štrkopiesky). Vysokopevnostné polyetylénové sekcie sú pre dopravu zložené do ľahkých kompaktných balíkov, s ktorými sa dá ľahko manipulovať, pričom počas inštalácie zostávajú flexibilné. Pri plnení sekcií sa tieto prispávajú ochrannou vrstvou hrúbky 50 - 100 mm a môžu byť ihneď prechádzané aj veľmi ťažkými mechanizačnými prostriedkami. Podľa údajov výrobcu, zabudovaním systému GEOWEB do neúnosného železničného spodku, sa mechanizmom generácie silnej laterálnej zväzujúcej sily a trenia na styku zemina - stena bunky vytvára tzv. mostová roznášacia štruktúra s vysokou flexurálnou pevnosťou a tuhosťou. Tento systém sa k nám dováža s rozmerom buniek 244 x 203 mm v štyroch výškach stien buniek, a to 75, 100, 150 a 200 mm a rozmerom celých voštinových sekcií 2,44 m x 6,10 m v rozťahnutom tvare. Na obr. 1 je znázornená celá sekcia a tvar buniek.



Obr. 1. GEOWEB  
Fig. 1 GEOWEB

Táto mostová štruktúra má zlepšovať dlhodobú charakteristiku u deformácie vplyvom zaťaženia u bežných granulovaných výplňových materiálov a dovoľovať výrazne (až 50 %) zredukovanie hrúbky konštrukčných vrstiev železničného spodku v porovnaní s tradičnými metódami zvyšovania jeho únosnosti.

### 3. Sanácia železničného spodku vo výhybke

Po prvýkrát použitie vstuzovací bunkový systém GEOWEB na Slovensku na zvýšenie únosnosti zemnej pláne sa rozhodli Železnice Slovenskej republiky. Aby sa preukázala predpokladaná účinnosť technológie zvyšovania únosnosti železničného spodku pomocou tohto materiálu, bol v r. 1996 na železničnej trati Bratislava-Žilina v železničnej stanici Púchov založený pokusný úsek. Tento pokusný úsek bol zriadený v rámci komplexnej rekonštrukcie výhybiek č. 1 - 8 na žilinskom zhlaví za súčasnej sanácie železničného spodku. Vo výhybke č. 3 bola zistená nevyhovujúca únosnosť zemnej pláne ( $E_0 < 15$  MPa) a počas železničnej prevádzky opakujúce sa chyby vo výškovej polohe koľaje, takže tu bolo potrebné zvýšiť únosnosť podložia.

V predstihu pred budovaním pokusného úseku v žst. Púchov na jej žilinskom zhlaví, bola zhodnotená situácia a stav konštrukcie podvalového podložia pod výhybkami č. 3, 4 a 5. Predbežný geotechnický prieskum bol uskutočnený v siedmich kopaných sondách. Na základe ich vyhodnotenia bolo možné konštatovať rôznorodosť v konštrukčnom usporiadaní vrstiev podvalového podložia. Charakter zemnej pláne bol veľmi premenlivý a predovšetkým pod výhybkou č. 3 boli z pohľadu únosnosti zistené naj-

railway subgrade (unbearable material of formation, exhausted material from the cleaning of the railway bed) as a substitute for expensive imported materials (gravel and sand). High-strength polyethylene sections are folded for transport into light compact packets which can be easily manipulated. During the installation, they remain flexible. During the filling of the sections, they are scattered as a protecting layer with the thickness of 50 - 100 mm and they can be immediately used even with very heavy construction machines. According to the data provided by a manufacturer,

building the GEOWEB system into an unbearable subgrade, the mechanism of strong lateral binding force and friction on the contact soil/cell wall creates the so-called bridge distribution structure with high flexural strength and stiffness. This system is imported to Slovakia with dimensions of the cells 244 x 203 mm in four heights of cell sides: 75, 100, 150, and 200 mm and dimension of whole perforated sections 2.44 m x 6.10 m in a distend form. Fig. 1 shows one whole section and the shape of the cells.

This bridge structure shall improve the long-term characteristics of the deformation due to the load in the usual filler granular materials and permit *substantial (up to 50 %) reduction in the thickness of the construction layers of railway subgrade in comparison with other conventional methods of increasing its load support.*

### 3. Restoration of Railway Subgrade in a Turnout

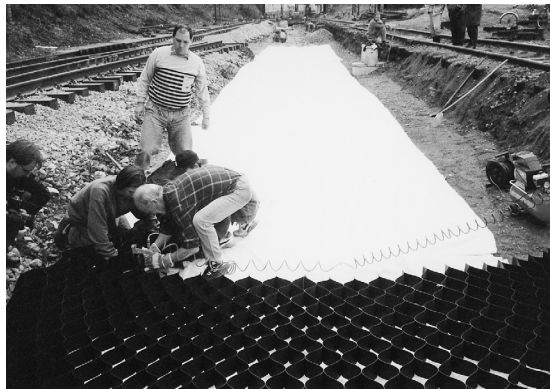
The first use of the GEOWEB cellular confinement system was performed by the Railways of the Slovak Republic. The purpose was to increase the load support of the formation. To prove the assumed effectiveness of the technology for increasing the load support of railway subgrade by using this material, a trial section was established at the railway station Púchov on the railway track between Bratislava - Žilina in 1996. This experimental section was established within the process of the complex reconstruction of turnouts No. 1 - 8 together with the reconstruction of the railway substructure. In turnout No. 3, an unsatisfying load support of the formation ( $E_0 < 15$  MPa) was found as well as repeated faults in the height position of the rail during railway operation. It was necessary to increase the load support of the subgrade here.

Before the experimental section was built at the Railway Station Puchov - Žilina head, the situation and condition of the railway subgrade construction under the turnouts No. 3, 4 and 5 had been evaluated and the preliminary geotechnical research had been performed with seven dugged probes. The evaluation of these preliminary works showed a variety in the construction arrangement of the railway subgrade layers. The nature of the formation was

horšie výsledky. V tomto mieste je zemná pláň tvorená ílom mäkkej až tuhej konzistencie.

Pre zvýšenie únosnosti podložia pod výhybkou č.3 bolo rozhodnuté vykonať sanáciu železničného spodku podľa vzorového listu Ž 4.3 - N 4, kde betónová doska bola nahradená konštrukciou GEOWEB. GEOWEB bol neperforovaný, šírky 4,2 - 4,5 m o výške buniek 0,10 m. Podkladová vrstva sa navrhla o hrúbke 0,30 m a na zemnú pláň bola uložená netkaná geotextília o plošnej hmotnosti 400 g.m<sup>-2</sup>. Zriadenie pokusného úseku nám dokumentuje obrázok č. 2

Týmto riešením oproti pôvodnému riešeniu bola potrebná menšia hĺbka výkopu, čo znamenalo menšiu potrebu výkopov a takú istú úsporu hrúbky sanačnej vrstvy podkladu, vrátane nákladov za manipuláciu a odvoz. V rámci sanácie železničného spodku sa obnovilo aj odvodnenie zhlavia.



Obr. 2. Pokusný úsek  
Fig. 2 The experimental section

Po jednom mesiaci prevádzky boli na pokusnom úseku vykonané prvé statické zaťažovacie skúšky, kde bol zisťovaný ekvivalentný modul deformácie na dvoch miestach výhybky č. 3 a pre porovnanie výsledkov aj vo výhybke č. 4. Táto bola sanovaná klasickým spôsobom. Vo výhybke č. 3 bola zistená hodnota modulu deformácie  $E_0 = 91$  MPa, čo je viac ako požadovaná únosnosť na tomto úseku trate  $E_p = 80$  MPa. V zmysle predpisu ČSD S4 Železničný spodok sa posudzujú celkové hodnotenie únosnosti viacvrstvej konštrukcie podvalového podložia, t. j. postupne zriadených jednotlivých konštrukčných vrstiev ich ekvivalentnou únosnosťou  $E_{e2}$ . Ekvivalentná únosnosť je stanovená v závislosti od prevádzkového zaťaženia koľaje. Pre náš sledovaný koľajový úsek v žst. Púchov - Žilinské zhlavie, v hlavnej koľaji č. 2 je predpísaný modul  $E_p = 80$  Mpa

Ďalšie sledovanie pokusného úseku bolo dosiaľ v 3. etapách vždy vo výluke koľaje, a to jedno meranie v roku 1997 a dve merania v roku 1998.

Na obr. č. 3 je pre názornosť uvedené grafické vyhodnotenie nameraných hodnôt v mieste SZS1, pokusného úseku v žst. Púchov vo výhybke č. 3, dňa 21. 4. 1998.

very variable, and specifically in turnout No. 3, the worst results regarding load support were found. The formation at this place contained loam with consistency, varying from soft to solid.

To increase the load support of the subgrade under turnout No. 3, it was decided to perform the reconstruction of the railway subgrade according to the sample list Ž 4.3 - N. 4, in which a concrete slab was substituted with GEOWEB construction. GEOWEB was not perforated, width of 4.2 - 4.5 m and cells height of 0.10 m. The sub ballast was proposed with a thickness of 0.30 m and on the formation an unweaved geotextile of area 400 g.m<sup>-2</sup> was laid. Construction of the experimental section is shown in Figure 2.

Comparing this solution with the original one, a lower depth of excavation was necessary which meant less excavations in the long run and saved the same cubature of the reconstruction layer of the subgrade, including costs for manipulation and removal. While restoring the railway subgrade, dewatering of a head was also renewed.

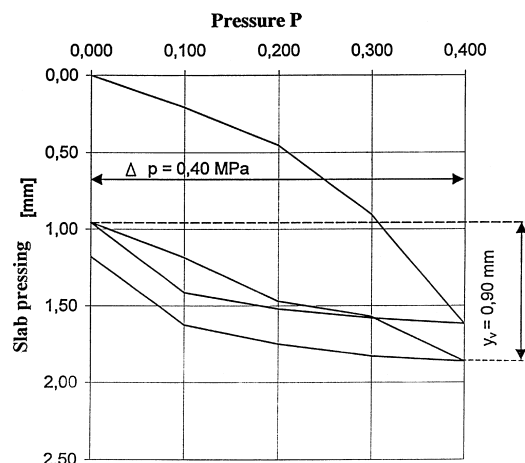
After one month of operation, the first static loading tests were performed on the trial section. The equivalent deformation modulus was being determined at two testing points of turnout No. 3 and also in turnout No.4 to make a comparison of the results. The second turnout was restored in the classical way. In turnout No. 3, the value of the deformation modulus ( $E_0 = 91$  MPa) was found which was higher than the required value of the load support at this section of a track ( $E_p = 80$  MPa). In accordance with the regulation ČSD S4 Railway Substructure, the overall evaluation of the support load of multi layer construction in railway subgrade is

determined by the equivalent load support of these layers ( $E_{e2}$ ). The value of equivalent load support depends on the load being in running order. The modulus ( $E_p = 80$  MPa) for our trial track section is given at the Railway Station Púchov - Žilina head, the main track No. 2.

Up to now, the experiments at our section have been performed in 3 phases, as well as during the closing of a line to traffic. The first measurement was done in 1997 and two others in 1998.

Figure No. 3 gives a graphic evaluation of the measured values at the place SZS 1 of the experimental section at the Railway Station Puchov in turnout No. 3 on April 21st, 1998.

### GRAPH SZS 1



Obr. 3. Graf SZS 1  
Fig. 3 Graph SZS 1

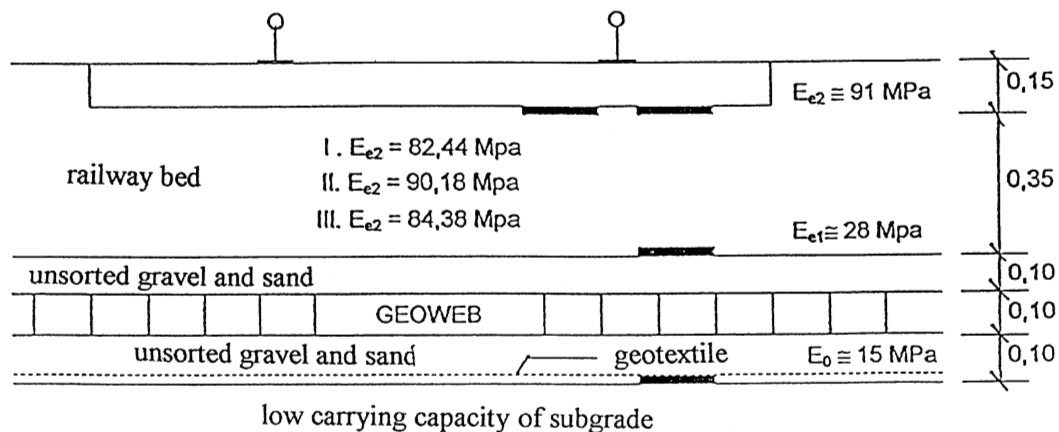


Na obr.č.4 - priečný rez sanovanou výhybkou sú výsledky nameraných hodnôt ekvivalentného modulu deformácie v jednotlivých etapách :

- I. etapa -  $E_{o2} = 82,44$  MPa
- II. etapa -  $E_{o2} = 90,18$  MPa
- III. etapa -  $E_{o2} = 84,38$  MPa

Figure 4 is a cross section of the restored turnout and the results of measured values of equivalent deformation modulus in phases:

- 1<sup>st</sup> phase -  $E_{o2} = 82,44$  MPa
- 2<sup>nd</sup> phase -  $E_{o2} = 90,18$  MPa
- 3<sup>rd</sup> phase -  $E_{o2} = 84,38$  MPa



Obr. 4. Priečný rez sanovanou výhybkou č. 3  
Fig. 4 The cross section of the restored turnout No. 3.

Z vyhodnotenia výsledkov etapových meraní na základe priemerných hodnôt je možné konštatovať, že vo všetkých etapách merania bol zistený ekvivalentný modul deformácie  $E_{e2}$  väčší ako požadovaná ekvivalentná únosnosť  $E_p = 80$  MPa.

## Záver

Na základe vykonaných 4 etapových meraní pokusného úseku rozložených na rôzne ročné obdobia skúmania, je možné posúdiť vhodnosť nového materiálu, vystužovacieho bunkového systému GEOWEB na sanáciu železničného spodku ako *materiál vhodný*. Avšak hodnoty namerané v porovnávacej výhybke č. 4 sanovanej bežným spôsobom nie sú výrazne odlišné od nameraných hodnôt vo výhybke č. 3.

Preto v závere je treba povedať, že nový materiál - vystužovací bunkový systém GEOWEB - je potrebné využívať pri sanáciách železničného spodku, hlavne v tých miestach, kde je to ekonomicky výhodné. Jedná sa hlavne o miesta, kde nie je možné pri sanáciách zasahovať do väčšej hĺbky, alebo v tých miestach, kde je potrebné zmenšiť hrúbku konštrukčnej vrstvy telesa železničného spodku. Hlavná výhoda tohto materiálu je podľa dosiaľ dosiahnutých výsledkov v tom, že je možné hrúbku konštrukčnej vrstvy telesa železničného spodku určiť na základe únosnosti zemnej pláne zmenšiť až o cca 30 %, pričom celková hrúbka konštrukčnej vrstvy nesmie byť menej ako 0,15 m.

Evaluating the results of the phase measurements, we can assume that the equivalent deformation modulus at all places of measurement has been found to be higher than the required load support ( $E_p = 80$  MPa).

## Conclusion

On the basis of four phase measurements at the trial section performed in various seasons of the year, it is possible to evaluate the appropriateness of the new material (i.e. the cellular confinement system GEOWEB) for the restoration of railway substructure as an *appropriate material*. However, the measured values in the comparable turnout No. 4, restored in the conventional way, are not significantly different from the values measured in turnout No. 3.

Therefore, it is important to say that the new material - GEOWEB cellular confinement system - should be used during the reconstruction of railway substructure primarily at places where it is economically attractive, specifically, at places where it is impossible to get very deep during the restoration or at places where is necessary to reduce the thickness of the construction layer of a railway substructure unit. According to the achieved results, the main advantage of this material is the possibility to reduce the thickness of the construction layer of a substructure unit (determined on the basis of the load support of the formation) by about 30 % while the overall thickness of the construction layer can't be less than 0.15 m.

Sledovaný vystužovací bunkový systém GEOWEB je možné odporučiť k zvyšovaniu únosnosti pláne telesa železničného spodku, ako ďalší z geosyntetických vystužovacích materiálov k už používaným materiálom, ako sú výstužné geotextílie a geomriežky.

#### Literatúra:

- [1] Predpis ČSD - S4, Železničný spodok, NADAS Praha, 1998
- [2] Grantová výskumná úloha G1/4148/97: „Modernizácia železničných tratí a staníc - využitie nových konštrukcií a materiálov a ich vplyv na kvalitu jazdnej dráhy“
- [3] GOMBITOVÁ, J.: Restoration of Railway subgrade in a Turnout by the use of the new material - GEOWEB, Zborník medzinárodnej vedeckej konferencie ŽU, 1998 Žilina.

*Recenzenti: A. Suroviecki, F. Schlosser*

The tested cellular confinement system GEOWEB, which together with geotextiles and geogrids belongs to the group of geosynthetic reinforcing materials, can be recommended for increasing the load support of a railway substructure unit.

#### References:

- [1] Regulation ČSD - S4, Railway substructure, NADAS Praha, 1998
- [2] Grant research task G 1/4148/97: „Modernisation of railway tracks and stations - utilisation of new structures and materials and their influence on rail quality“
- [3] GOMBITOVÁ, J.: Restoration of Railway subgrade in a Turnout by the use of the new material -GEOWEB, Zborník medzinárodnej vedeckej konferencie ŽU, 1998 Žilina

*Reviewed by: A. Suroviecki, F. Schlosser*

Mária Mičeková \*

# NETRADIČNÝ POHĽAD NA PROGNÓZOVANIE EKONOMICKÝCH PROCESOV

## ANOTHER PERSPECTIVE ON THE FORECASTING OF ECONOMIC PROCESSES

*Príspevok je zameraný na využitie metód známych z teórie dynamických systémov pri riešení úloh prognózovania ekonomických procesov. Možnosť využitia niektorých teoretických metód v oblasti prognózy je demonštrovaná na príklade predikcie vývoja kurzu USD/SK.*

### Úvod

Pri analýze, modelovaní a prognózovaní ekonomických procesov sa v súčasnosti stretávame s rôznymi metódami, ktoré využívajú matematicko-štatistické metódy, ekonometrické postupy a systémový prístup. Na väčšinu sociálno-ekonomických procesov sa môžeme pozeráť ako na dej, ktoré sa odohrávajú v systémoch najrôznejších vlastností, pričom sa vyznačujú istou zotrvačnosťou. Musíme pripomenúť, že sa nejedná len o zotrvačnosť hmoty, čo je zrejme pri analýze fyzikálno-technických procesov, ale tiež o zotrvačnosť myslenia ľudí, čo sa prejavuje v správaní sociálno-ekonomických štruktúr. Ak sme ochotní akceptovať zotrvačnosť pri analýze ekonomických štruktúr, potom sme nútení popisovať ich správanie pomocou zodpovedajúcich modelov. Prostredie, v ktorom sa odohrávajú ekonomické procesy je možné chápať ako dynamický systém, pričom vstupné veličiny majú vo väčšine prípadov náhodný charakter, a často je ich možné na vstupe systému kvantifikovať. Odozva systému na známe vstupné veličiny je závislá od statických a dynamických vlastností systému. Ak vlastnosti systému dokážeme s dostatočnou presnosťou popísať, potom pri známych vstupných veličinách dokážeme s danou presnosťou predpovedať správanie sa systému, prípadne predpovedať priebeh vybranej realizácie. S akceptovaním dynamiky sociálno-ekonomických štruktúr sa stretávame v prípade analýzy časových radov, kedy na základe minulých hodnôt sa snažíme predpovedať hodnoty budúce. Odpoveď na otázku ako presné budú predpovedané hodnoty je závislá od dynamiky systému vzhľadom na dĺžku predpovedí a charaktere vstupných veličín. Na základe uvedeného sa pokúsme pozeráť na ekonomické procesy ako na dej odohrávajúce sa v dynamickom systéme.

*This article describes methods used from dynamic systems theory in solving the tasks of forecasting economic processes. The possibility of using theoretical methods in forecasting is demonstrated with the example of the prediction regarding the development of the rate of exchange between the USD and the SK.*

### Introduction

In analysing and forecasting economic processes, there are various models which use mathematical-statistical methods, econometrical procedures and systematic approaches. The majority of social-economic processes are the actions located in the systems of various qualities with some inertia. We have to mention that it is not only the inertia of mass that is obvious in analysing economic structures, but it is also inertia of people's thinking that can be seen in the behaviour of social-economic structures. If we are able to accept the inertia in analysing the economic structures then we have to describe their behaviour with the help of corresponding models. The setting in which the economic processes are located is possible to understand as a dynamic system where the input quantities have, in the majority of cases, a random character. Usually, it is possible to quantify them in the input. The answer of the system to a known input depends on the static and dynamic qualities of the system. If we are able to describe the qualities of the system with accuracy, we will also be able to predict the future behaviour of the system with the same accuracy or to predict the course of a chosen realisation. In analysing time series, we have to accept the dynamism of social-economic structures when on the base of past values we are trying to predict future values. The answer to the question of how accurate will the predicted values be depends on the dynamism of the system connected with the length of predictions and with the character of input values. On the basis of these facts, we can try to look at economic processes as processes in a dynamic system.

\* Ing. Mária Mičeková

Department of Communications, Faculty of Operation and Economics of Transport and Communications, SK-010 26 Žilina, Slovakia  
Phone: +421-89-657 355, 655 793

## 1. Diskrétne dynamický systém

Na základe definície dynamického systému môžeme vzťah medzi vstupom, stavom a výstupom spojitého systému vyjadriť v tvare:

$$x(t) = \varphi(t, t_0, x(t_0), u(t_0, t)) \quad (1)$$

$$y(t) = g(x(t), u(t), t), \quad (2)$$

kde  $\varphi$  je prechodová funkcia stavu, ktorá vyjadruje, ako sa stav  $x(t_0)$  pôsobením vstupu  $u$  na intervale  $t_0 < \tau \leq t$  zmenil na stav  $x(t)$  v čase  $t$ .

$g$  je zobrazenie okamžitého stavu, vstupu a času na výstup.

Pri analýze ekonomických procesov sa väčšinou stretávame s informáciami o správaní sa systému v tvare časových radov. Z uvedeného dôvodu je vhodné ekonomický systém popísať pomocou modelu v tvare diskrétneho dynamického systému:

$$x(k+1) = f(x(k), u(k), k) \quad (3)$$

$$y(k) = g(x(k), u(k), k), \quad (4)$$

kde zobrazenia  $f$  a  $g$  majú rovnaký význam ako pri popise spojitého dynamického systému. V prípade popisu lineárnych nestacionárnych diskrétnych systémov rovnice (3) a (4) prejdú od tvaru:

$$x(k+1) = G(k)x(k) + H(k)u(k) \quad (5)$$

$$y(k) = C(k)x(k) + D(k)u(k), \quad (6)$$

kde  $x(k)$  je  $n$ -rozmerný stavový vektor

$y(k)$  je  $m$ -rozmerný výstupný vektor

$u(k)$  je  $r$ -rozmerný vstupný vektor

$G(k)$  je matica stavu o rozmere  $n \times n$

$H(k)$  je matica vstupu o rozmere  $n \times r$

$C(k)$  je matica výstupu o rozmere  $m \times n$

$D(k)$  je matica priamej väzby medzi vstupom a výstupom rozmery  $m \times a$ .

Ak zavedieme matematický model ekonomických systémov v tvare lineárneho diskrétneho dynamického systému, podľa obr.1, je potrebné určiť rád systému (rozmer vektora stavu,  $n$ ), relevantné vstupné informácie (vektor  $u(k)$ ), analyzované výstupné veličiny (vektor  $y(k)$ ) a prvky matic  $G(k)$ ,  $H(k)$ ,  $C(k)$  a  $D(k)$ . Rád systému je vo všeobecnosti závislý od dynamických vlastností modelovaného reálneho systému. Vektor  $u(k)$  obsahuje všetky dostupné veličiny, ktoré majú vplyv na správanie sa systému. V prípade analýzy ekonomických procesov je etapa výberu relevantných informácií obtiažna a závisí od skúseností o analyzovanom ekonomickom jave. Vektor  $y(k)$  je zložený z takých veličín, ktorých priebeh nás zaujíma. Ak máme k dispozícii dostatočne dlhý časový rad, ktorý charakterizuje priebeh vstupných veličín  $u(k)$  a odpovedajúci časový rad hodnôt výstupných veličín  $y_r(k)$ , získaných z reálneho procesu, je možné nastaviť prislúšné

## 1. Discrete dynamic system

On the basis of the definition of a dynamic system, the connection between input, state and output can be defined as :

$$x(t) = \varphi(t, t_0, x(t_0), u(t_0, t)) \quad (1)$$

$$y(t) = g(x(t), u(t), t), \quad (2)$$

where  $\varphi$  is the step response of state which shows how the state  $x(t_0)$  has changed by the operating of input  $u$  in the interval  $t_0 < \tau \leq t$  to the state  $x(t)$  in time  $t$ .

$g$  is the function which determines the corresponding output to state, input and time.

In analysing economic processes, there is the information about the behaviour of the system in the form of time series. Consequently, it is suitable to describe the economic system with the help of the model in the form of a discrete dynamic system:

$$x(k+1) = f(x(k), u(k), k) \quad (3)$$

$$y(k) = g(x(k), u(k), k), \quad (4)$$

where  $f$  and  $g$  have the same meaning as they have in the description of the continuous dynamic system. In the description of the linear time-variant discrete system's equations(3) and (4) will be changed to the form:

$$x(k+1) = G(k)x(k) + H(k)u(k) \quad (5)$$

$$y(k) = C(k)x(k) + D(k)u(k), \quad (6)$$

where  $x(k)$  is  $n$  - dimensional state vector

$y(k)$  is  $m$  - dimensional output vector

$u(k)$  is  $r$  - dimensional input vector

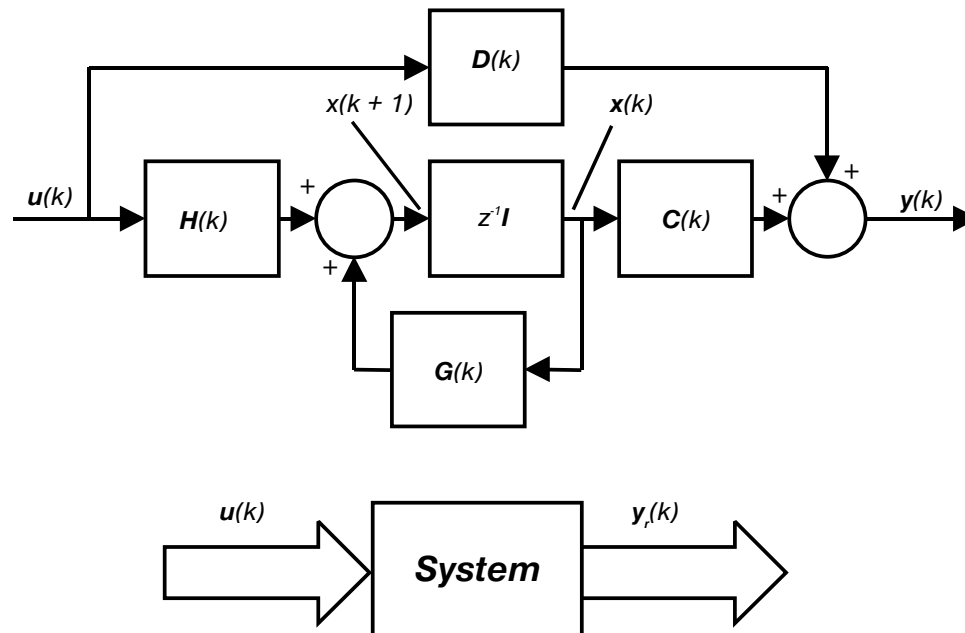
$G(k)$  is  $n \times n$  - dimensional matrix of state

$H(k)$  is  $n \times r$  - dimensional matrix of input

$C(k)$  is  $m \times n$  - dimensional matrix of output

$D(k)$  is  $m \times a$  - dimensional direct matrix between input and output

If we suppose the mathematical model of an economic system in the form of a linear discrete dynamic system (as is shown in Fig.1) it is necessary to determine the order of the system (the dimension of matrix of state,  $n$ ), the relevant input information (matrix  $u(k)$ ), the analysed output quantities (matrix  $y(k)$ ) and the elements of the matrixes  $G(k)$ ,  $H(k)$ ,  $C(k)$  and  $D(k)$ . In general, the order of the system depends on the dynamic qualities of the modelated real system. The matrix  $u(k)$  contains all accessible quantities which have influence on the behaviour of the system. In the analysing of economic processes there is a stage of choosing relevant information that is very difficult and depends on the experiences of the analysed economic phenomenon. The matrix  $y(k)$  contains the quantities which have no interesting course for us. If we have time-series with sufficient length which characterise the course of input quantities  $u(k)$  and corresponding



Obr. 1. Štruktúra lineárneho diskrétno dynamického systému  
Fig.1 Structure of the linear discrete dynamic system

hodnoty matic tak, aby sa minimalizoval rozdiel medzi výstupom reálneho systému  $y_r(k)$  a výstupom modelu  $y(k)$ . Tento proces sa často nazýva nastavovaním modelu. Metódy priebežného nastavovania modelu sú uvedené napr. v [1] a [2]. Uvedený matematický model sa využíva najmä na hodnotenie vplyvu jednotlivých vstupných veličín  $u(k)$  na správanie sa systému. Je možné ho však využiť aj na riešenie úloh predikcie. V tomto prípade musíme poznať, prípadne predpovedať priebeh vstupných veličín  $u(k)$  v časovom rozsahu predikcie. Pri značnom zjednodušení môžeme hodnoty vstupných veličín  $u(k)$  považovať za nulové. Potom sa stretávame s dynamickým systémom, ktorého správanie je definované len počiatočnými podmienkami, hodnotami zložiek vektora  $x(k)$ . Tento model potom odpovedá používaným autoregresným modelom časových radov. Vzťahy (5) a (6) prejdú od tvaru:

$$x(k+1) = G(k)x(k) \quad (7)$$

$$y(k) = A(k)x(k) \quad (8)$$

Nech  $y(k)$  obsahuje len jednu zložku a stavový vektor  $x(k)$  bude tvorený predchádzajúcimi hodnotami výstupnej veličiny  $y(k)$  podľa vzťahu (9), potom nasledujúcu hodnotu  $y(k+1)$  určíme z  $n$  predchádzajúcich hodnôt na základe vzťahu (10), prípadne (11).

$$x(k) = \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k-1) \\ \vdots \\ y(k-n-1) \end{bmatrix} \quad (9)$$

time series of quantities  $y_r(k)$  acquired from real process, it is possible to tune the relevant values of the matrix to minimise the difference between the output of the real system  $y_r(k)$  and the output of model  $y(k)$ . This process is named "continuous tuning". The methods of continuous tuning are described in [1] and [2]. The mathematical model mentioned is used to evaluate the influence of input qualities on the behaviour of the system. It is possible to use it also in the solutions of the tasks of prediction. In this case we have to know or to predict the course of input quantities  $u(k)$  in the time extend of prediction. After simplifying, we can consider the values of input quantities  $u(k)$  to 0. Then there is a dynamic system with its behaviour defined by the initial conditions - values of matrix  $x(k)$ . This model corresponds to used autoregress models of time-series. The relationships (5) and (6) will be changed to:

$$x(k+1) = G(k)x(k) \quad (7)$$

$$y(k) = A(k)x(k) \quad (8)$$

If  $y(k)$  contains only one element and state matrix  $x(k)$  previous values of output quantity  $y(k)$  according to (9) then next value  $y(k+1)$  can be determined from  $n$  - previous values on the basis of (10) or (11).

$$x(k) = \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k-1) \\ \vdots \\ y(k-n-1) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$y(k+1) = A(k)x(k) \quad (10)$$

$$y(k+1) = a_1(k)y(k) + a_2(k)y(k-1) + \dots + a_n(k)y(k-n-1) \quad (11)$$

Poznamenajme, že v prípade uvedeného zjednodušenia matica  $A(k)$  bude tvorená jedným riadkom s prvkami  $a_1(k)$  až  $a_n(k)$ . V procese priebežného nastavovania parametrov modelu  $A(k)$  musíme nájsť také hodnoty prvkov matice  $A$ , aby sme minimalizovali vopred stanovené kritérium. V úlohách predikcie najčastejšie minimalizujeme kvadrát rozdielu medzi predpovedanou a skutočnou hodnotou. Metódy nastavovania matice  $A$  vychádzajú z teórie stochastických aproximácií pri priebežnom nastavovaní, alebo z korelačných závislostí medzi súborom vstupných a výstupných hodnôt.

## 2. Experimentálne overenie

Na základe uvedených teoretických východísk bol zostavený jednoduchý matematický model, pomocou ktorého boli predpovedané niektoré vybrané ekonomické ukazovatele [2]. Na ilustráciu činnosti uvedme model predikcie kurzu USD/SK v období od 1. 4. 1996 do 23. 2. 1998. V uvedenom období bolo vydaných 473 kurzových lístkov, čo je dostatočný počet na nastavenie modelu i na samotnú predikciu pomocou nastaveného modelu.

Priebežné nastavovanie parametrov modelu sa realizovalo v každom kroku na základe rekurentného predpisu:

$$A(k+1) = A(k) + C(k)(y_r(k+1) - A(k)x(k+1)) \quad (12)$$

Predpovedaná hodnota o jeden krok sa vypočíta na základe vzťahu:

$$y(k+1) = A(k)x(k), \quad (13)$$

pričom:

$$A(k) = [a_1(k), a_2(k), \dots, a_n(k)]$$

$$xT(k) = [y_a(k), y_a(k-1), \dots, y_a(k-n-1)],$$

kde:

$$y_a(k) = \begin{cases} y_r(k) & \text{ak } k \leq m \\ y(k) & \text{ak } k > m \end{cases}$$

Pričom  $m$  je okamžik, v ktorom bol na výstupe analyzovaného reálneho systému získaný posledný známy údaj. Od okamžiku  $m$  sa stretávame s prognózou. Na hodnotách matice  $C(k)$  je závislá rýchlosť konvergencie matice  $A(k)$ , a tým aj rýchlosť prispôsobenia sa modelu časovo lokálnym zmenám v charaktere sle-

$$y(k+1) = A(k)x(k) \quad (10)$$

$$y(k+1) = a_1(k)y(k) + a_2(k)y(k-1) + \dots + a_n(k)y(k-n-1) \quad (11)$$

After the mentioned simplifying the matrix  $A(k)$  will contain only one line with the elements  $a_1(k)$  to  $a_n(k)$ . In the process of the continuous tuning of parameters of model  $A(k)$ , we have to find the values of the elements of matrix  $A$  to minimise the initial criterion. Most often in the tasks of prediction we minimise the quadrate of difference between the predicted and the real value. The methods of tuning of matrix  $A$  are based on the theory of stochastic approximation or on the correlated determination between input and output values

## 2. Experimental verification

On the basis of the mentioned theoretical points, a simple mathematical model was created. With the help of this model, the chosen economic indicators were predicted [2]. To show the functioning of this model, we will use the model of prediction of the rate of exchange USD/SK from 1. 4. 96 to 23. 2. 98. In this time period, 473 rate of exchange tickets were published. That is enough for the tuning of the model and also for the prediction. Continuous tuning of the parameters of the model was realised in each step on the basis of recursive relationship:

$$A(k+1) = A(k) + C(k)(y_r(k+1) - A(k)x(k+1)) \quad (12)$$

Predicted value after the first step will be calculated on the basis of:

$$y(k+1) = A(k)x(k), \quad (13)$$

where:

$$A(k) = [a_1(k), a_2(k), \dots, a_n(k)]$$

$$xT(k) = [y_a(k), y_a(k-1), \dots, y_a(k-n-1)],$$

where:

$$y_a(k) = \begin{cases} y_r(k) & \text{ak } k \leq m \\ y(k) & \text{ak } k > m \end{cases}$$

$M$  is the moment in which the last known value in the output of the analysed real system was acquired. From the moment  $m$ , we use the forecast. The speed of convergention of matrix  $A(k)$  and the speed of assimilation of the model to time local variations in the character of observed quality depends on the values of matrix

dovanej veličiny. Vplyv výpočtu matice  $C(k)$  na presnosť prognózy nie je triviálny a je diskutovaný v práci [2]. Proces nastavovania matice  $A(k)$  (15 prvkov) je znázornený na obr. 3. Na obr. 2 je uvedený vývoj relatívneho centrovaného kurzu USD/SK v období od 1. 4. 1996 do 23. 2. 1998. Relatívny centrovaný kurz je určený vzťahom:

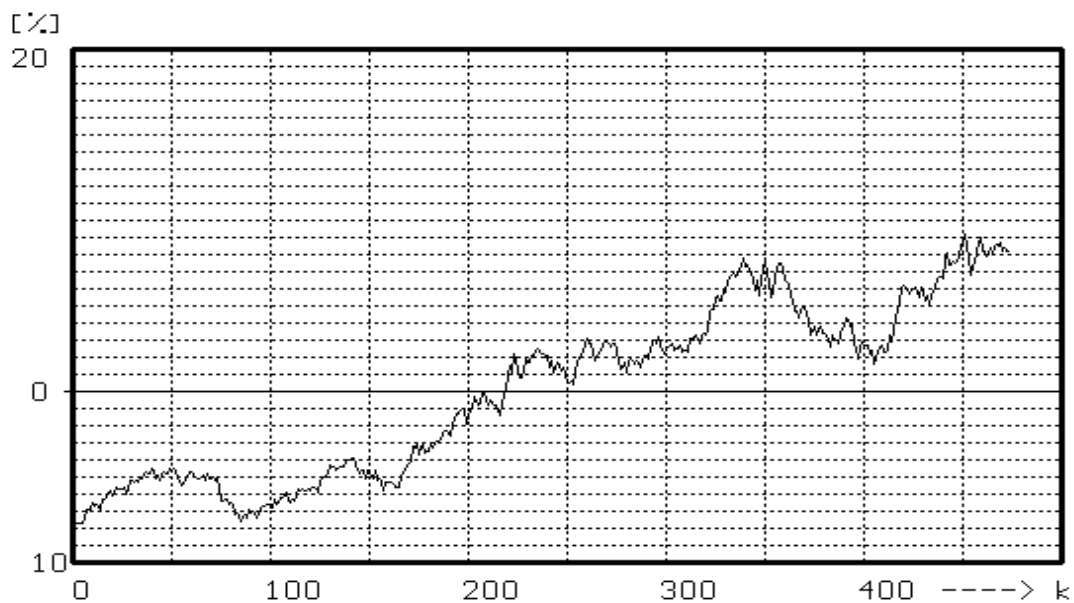
$$R(i) = 100(k(i) - k_p)/k_p, \quad [\%] \quad (14)$$

kde  $k_p$  je hodnota priemerného kurzu za celé sledované obdobie.

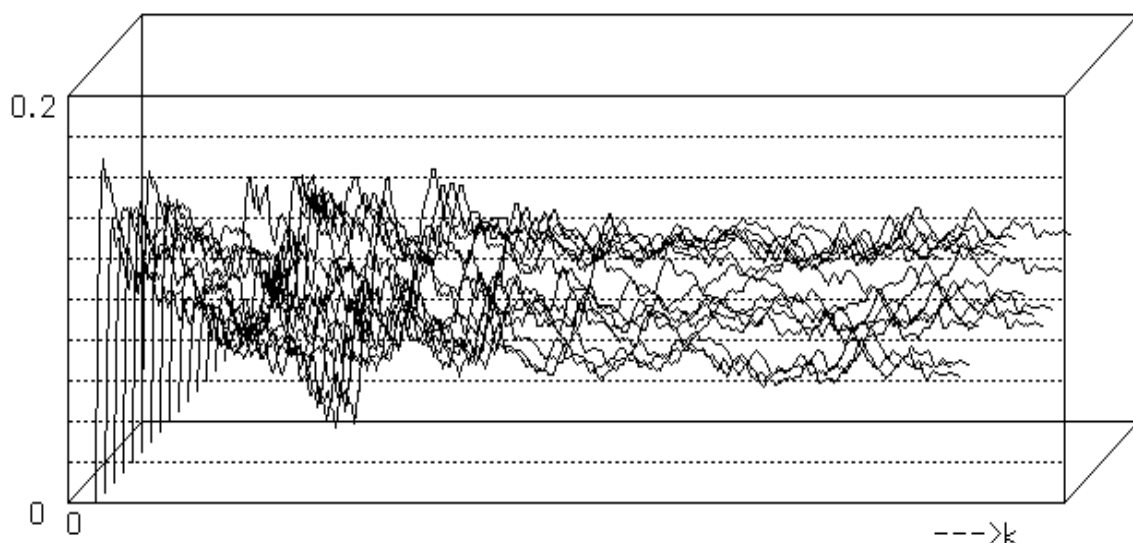
$C(k)$ . The influence of the calculation of matrix  $C(k)$  at the accuracy of forecast is not trivial and is discussed in [2]. The process of the tuning of the matrix  $A(k)$  (15 elements) is shown in Fig. 3. Fig. 2 shows the development of the relative centred rate of exchange USD/SK in the period from 1. 4. 96 to 23. 2. 98. The relative centred rate of exchange is defined by the relationship:

$$R(i) = 100(k(i) - k_p)/k_p, \quad [\%] \quad (14)$$

where  $k_p$  is the value of average rate of exchange during the whole observed period



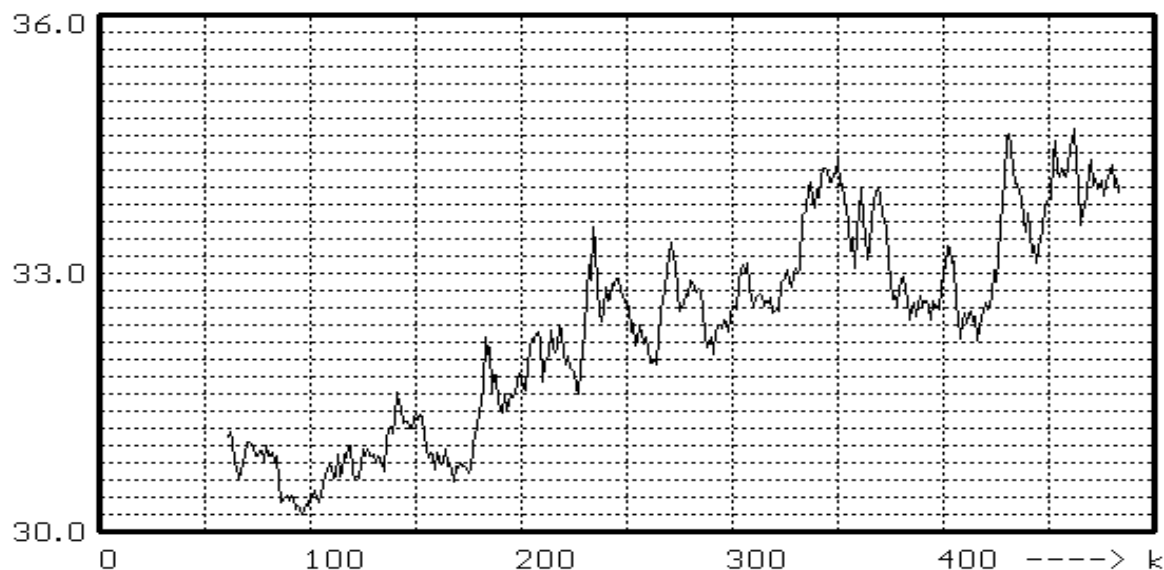
Obr. 2. Vývoj relatívneho centrovaného kurzu USD/SK  
Fig. 2 Development of relative centred rate of exchange USD/SK



Obr. 3. Nastavovanie prvkov matice  $A(k)$   
Fig. 3 Tuning of elements of matrix  $A(k)$ .

Na obr. 4 je znázornený predpovedaný vývoj kurzu USD/SK s predikčným intervalom 10 dní. Na počiatočné nastavenie bolo využitých prvých 50 členov časového radu. Navrhovaný model predpovedá hodnotu relatívneho centrovaného kurzu o 10 dní. Z uvedeného vyplýva, že prvá predpovedaná hodnota kurzu je v bode 60. Celý súbor obsahuje 473 členov postupnosti, preto posledná predpovedaná hodnota je v bode 483.

Fig.4 shows the predicted development of the rate of exchange USD/SK with a predicted interval of ten days. For the first tuning the first fifty elements of time series were used. The designed model predicts the value of the relative centred rate of exchange after ten days. As mentioned before, we see that the first predicted value of the rate of exchange is in point 60. The whole file contains 473 elements of sequence. Subsequently of it the last predicted value is in point 483.



Obr. 4. Prognóza vývoja centrovaného relatívneho kurzu USD/SK  
Fig. 4 Forecast of development of relative rate of exchange USD/SK.

Na zhodnotenie úspešnosti modelu bola zavedená priemerná relatívna chyba prognózy:

$$d = \frac{1}{N - M} \sum_{i=M}^N \frac{|y_p(i) - y(i)|}{k_p}, \quad (15)$$

kde  $M$  je počet členov postupnosti (dní) na nastavenie parametrov modelu,  $N$  je počet všetkých členov postupnosti,  $k_p$  priemerný kurz  $y(i)$  prognóza pre  $i$ -ty deň a  $y_p(i)$  skutočná hodnota. Na obr. 5 je uvedená závislosť priemernej relatívnej chyby prognózy od dĺžky intervalu prognózovania. Krivky 1 až 8 znázorňujú priebeh chyby pre modely s rôznym počtom prvkov matice  $A(k)$ . Krivka (1) odpovedá modelu s piatimi prvkami matice  $A(k)$ . Počet prvkov postupne narastá až krivka (8) odpovedá modelu s 19 prvkami.

### 3. Záver

V súčasnosti sa stretávame s mimoriadne rýchlym rozvojom informačných technológií, ktoré nám sprístupňujú aktuálne informácie z najrôznejších oblastí ľudskej činnosti v dosiaľ nebyvalom

For the evaluation of the success of the model, a relative error of forecast was created:

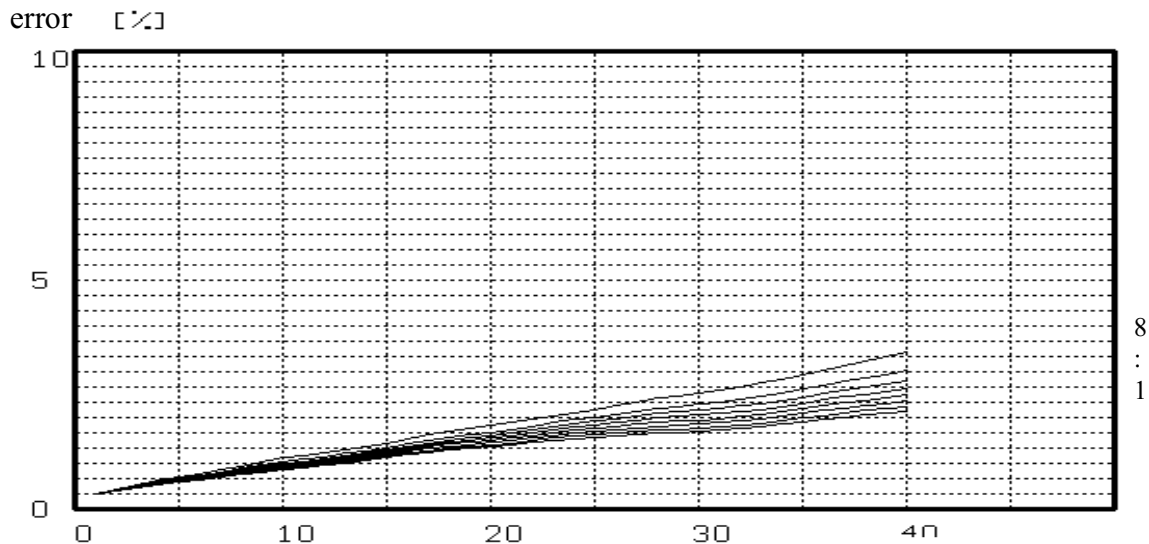
$$d = \frac{1}{N - M} \sum_{i=M}^N \frac{|y_p(i) - y(i)|}{k_p}, \quad (15)$$

where  $M$  is the number of elements of sequence (days) for the tuning of the parameters of the model,  $N$  is the number of all elements of the sequence,  $k_p$  is the average rate of exchange  $y(i)$  forecasting for  $i$ -day and  $y_p(i)$  is the real value. In Fig. 5 the mentioned dependency of the average relative error of forecast on the length of forecasting interval is shown. Lines 1-8 show the value of error for the models with various numbers of elements of matrix  $A(k)$ . Line (1) corresponds with the model with 5 elements of the matrix  $A(k)$ . The number of elements of the matrix increases and line 8 corresponds with the model with 19 elements.

### 3. Conclusion

Today, information technologies are developing fast which makes possible the use of information from various areas of





Obr. 5. Závislosť priemernej relatívnej chyby od dĺžky intervalu prognózy  
Fig.5 Dependency of average relative error on the length of interval of forecast.

rozsahu. Je preto potrebné zaoberať sa aj novými, netradičnými spôsobmi ich spracovania, s maximálnym využívaním moderných technických prostriedkov. V predkladanom článku je popísaný istý pokus o aplikáciu teoretických metód a postupov, používaných pri analýze dynamických systémov do oblasti modelovania ekonomických systémov a simulácie procesov so zameraním na riešenie úloh prognózy. Pretože rozsah príspevku je príliš obmedzený, sú v ňom uvedené len základné teoretické východiská a stručný popis experimentu - predpoveď vývoja kurzu USD/SK. V príspevku je zámerne poukázané na spojitosť medzi používanými ekonomickými metódami (regresné modely) a metódami využívanými v oblasti analýzy dynamických systémov.

#### Literatúra

- [1] KOTEK, Z. a kol.: Adaptívni a učiaci sa systémy, SNTL 1980
- [2] MIČEKOVÁ, M.: Využitie teórie adaptívnych systémov v prognózovaní ekonomických procesov, KDP, Žilina, 1998
- [3] OGATA, K.: Discrete time control systems, Prentice Hall, New Jersey, 1987

Recenzenti: P. Ďuriník, J. Mikolaj

human activities. So it is necessary to be interested in original methods of processing information with maximal employment of modern technical equipment. This article describes the experiment of applications of theoretical methods used in analysing dynamic systems in the area of modelling of economic systems and simulations of processes. Because the length of the article is limited, it described only the basic theoretical points and brief descriptions of the experiment-forecast of the development of the rate of exchange USD/SK. This article showed the relationship between the use of economic methods (regress models) and analytical methods of a dynamic system.

#### References

- [1] KOTEK, Z. a kol.: Adaptívni a učiaci sa systémy, SNTL 1980
- [2] MIČEKOVÁ, M.: Využitie teórie adaptívnych systémov v prognózovaní ekonomických procesov, KDP, Žilina, 1998
- [3] OGATA, K.: Discrete time control systems, Prentice Hall, New Jersey, 1987

Reviewed by: P. Ďuriník, J. Mikolaj

# NELINEÁRNA METÓDA NAJMENŠÍCH ŠTVORCOV

## NONLINEAR LEAST SQUARES METHOD

*Príspevok sa zaoberá porovnaním lineárnej a nelineárnej verzie metódy najmenších štvorcov. Jeho cieľom je ukázať, že transformácie nelineárnych vzťahov na lineárne nedávajú vždy dostatočne presné výsledky. Preto jedinou možnosťou dobrej aproximácie nelineárnych funkcií je využitie niektorej z nelineárnych metód najmenších štvorcov, z ktorých najefektívnejšou sa javí Levenberg - Marquardtov kompromis.*

### 1. Úvod

Experiment a jeho vyhodnotenie je stále základom a motorom rozvoja vedy, dnes už nielen v oblasti vied prírodných a technických, ale aj v ďalších oblastiach. Preto ovládnutie základných metód vyhodnocovania experimentov by malo patriť k základnej teoretickej výbave výskumníka - experimentátora.

Medzi základné metódy aproximácie experimentálnych závislostí stále patrí Gaussova metóda najmenších štvorcov. Najčastejšie sa využíva jej lineárna verzia určená pre polynomicke aproximácie závislosti jednej premennej alebo pre lineárne závislosti viac premenných. V literatúre [2, 3, 4] sa uvádza a v praxi sa často využíva i transformácia niektorých jednoduchých nelineárnych závislostí na lineárny tvar s následným využitím lineárnej metódy najmenších štvorcov.

Cieľom článku je upriamiť pozornosť na menej známy nelineárny variant metódy najmenších štvorcov a ukázať, že jeho využitím je možné dosiahnuť kvalitatívne lepšie výsledky aproximácie i tých nelineárnych závislostí, ktoré sa zvyknú transformovať na lineárne.

### 2. Lineárna metóda najmenších štvorcov

Lineárna metóda najmenších štvorcov, presnejšie metóda najmenších štvorcov aproximácie experimentálnych údajov polynomickejšími alebo lineárnymi funkciami je založená na tom, že súboru nameraných (pozorovaných) hodnôt

$$Y = [y_1, y_2 \dots y_m]^T,$$

u ktorých sa predpokladá závislosť od jednej alebo viacerých nezávisle premenných je možné priradiť model v tvare

*The paper deals with a comparison of linear and nonlinear least squares approximation. Its aim is to show that the well known transformations of nonlinear dependencies on linear dependencies do not always give exact results. Therefore, the only right possibility of approximation of nonlinear functions is to use one of nonlinear least squares procedures. The Levenberg - Marquardt compromise seems to be by far the best one.*

### 1. Introduction

Experimentation and its evaluation is still a basis of scientific development not only in the area natural and technical sciences but in also many others. Therefore, mastering the basic methods of planning and evaluation of experiments should belong to the principal knowledge of any researcher - experimenter.

The Gaussian method of the least squares is still the principal method of experimental data approximation. Its linear version is most frequently used, which determines a polynomial approximation of one variable function or linear functions of more independent variables. References [2, 3, 4] show and practice uses the transformation of some simple nonlinear functions into the linear ones which can be solved by using linear least squares procedure.

The aim of this paper is to call attention to a lesser known nonlinear method of the least squares and to show that by using it better, qualitative results of approximation can also be reached by these nonlinear dependencies, which are used to transform to linear ones.

### 2. Linear least squares procedure

A linear least squares method (more exactly a method of least squares to approximate experimental data using polynomial or linear functions) is based on a set of measured (observed) values

$$Y = [y_1, y_2 \dots y_m]^T,$$

by which dependency is supposed on one or more independent variables. This can be modelled as

\* Prof. Ing. Jaromír MÁCA, PhD., Ing. Bohuš LEITNER  
Faculty of Special Engineering, University of Žilina, SK-010 26 Žilina, Slovakia

$$Y = X \cdot A + E \quad (1)$$

kde  $Y$  a  $E$  sú stĺpcové vektory pozorovaní a odchýlok,  $X$  je matica funkcií nezávislej premennej prípadne premenných a  $A$  je vektor hľadaných parametrov zvoleného tvaru závislosti. Súčet štvorcov odchýlok  $S(A)$  je kvadratickou funkciou parametrov  $A$ .

Hodnoty parametrov  $A$ , ktoré ho minimalizujú, dostaneme, ak položíme deriváciu  $S(A)$  podľa  $A$  rovnú nule, čo vedie na výraz

$$A = (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X^T \cdot Y = S^{-1} \cdot T, \quad (2)$$

tzn. na riešenie sústavy  $n$  algebraických lineárnych rovníc pre  $n$  hľadaných parametrov zvolenej závislosti.

### 3. Transformácie nelineárnych funkcií na lineárne

Bežne sa uvádzajú (a využívajú) transformácie exponenciálnych, polytropických a lomených funkcií na lineárne výrazy. Napr. exponenciálny výraz

$$y(x) = A \cdot e^{b \cdot x}$$

logaritmovaním upravíme na výraz

$$\ln y = \ln A + b \cdot x$$

čo po substitúcii  $Y = \ln y$ ,  $a_0 = \ln A$ ,  $a_1 = b$  vedie na lineárny tvar

$$Y = a_0 + a_1 \cdot x,$$

ktorého konštanty získame jednoducho aplikáciou lineárnej metódy najmenších štvorcov. Podobne je možné získať i parametre zložitejších výrazov napr. Fourierov rozvoj vo všeobecnom tvare (diskrétné hodnoty  $x$ )

$$y(x) = a_0 + a_1 \cdot \cos x + a_2 \cdot \cos 2x + \dots + a_n \cdot \cos nx +$$

$$b_1 \cdot \sin x + b_2 \cdot \sin 2x + \dots + b_n \cdot \sin nx$$

je možné transformáciou

$$X_1 = \cos x, X_2 = \cos 2x, \dots, X_n = \cos nx,$$

$$X_{n+1} = \sin x, X_{n+2} = \sin 2x, \dots, X_{2n} = \sin nx$$

upraviť na lineárny výraz

$$y(x) = a_0 + a_1 \cdot X_1 + a_2 \cdot X_2 + \dots + a_n \cdot X_n +$$

$$b_1 \cdot X_{n+1} + b_2 \cdot X_{n+2} + \dots + b_n \cdot X_{2n},$$

ktorého  $(2n + 1)$  parametrov  $a_0, a_1, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$  je možné určiť zo sústavy  $(2n + 1)$  algebraických lineárnych rovníc, pretože ku zvoleným hodnotám nezávisle premennej  $x$  je možné

$$Y = X \cdot A + E \quad (1)$$

where  $Y$  and  $E$  are column vectors of observations and errors respectively,  $X$  is the matrix of functions of an independent variable or variables and  $A$  is column vector of the chosen form of dependence parameters. The sum of squares of linear model  $S(A)$  is a quadratic function of parameters  $A$ .

The values of parameters  $A$  that minimise the sum of squares of (it's  $S(A)$ ), can be obtained by setting the derivative of  $S(A)$  with respect to  $A$  to zero. This leads to the expression as

$$A = (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X^T \cdot Y = S^{-1} \cdot T, \quad (2)$$

which is a set of  $n$  linear equations for  $n$  unknown parameters of dependence.

### 3. Transformation of nonlinear functions into linear ones

It is well known (and often used) that exponential, polytropial and rational functions could be transformed easily into a linear one. For example, the expression

$$y(x) = A \cdot e^{b \cdot x}$$

can be logarithmized into form

$$\ln y = \ln A + b \cdot x$$

which, after an elementary substitution as  $Y = \ln y$ ,  $a_0 = \ln A$ ,  $a_1 = b$ , leads to the linear expression

$$Y = a_0 + a_1 \cdot x,$$

whose constants  $a_0$  and  $a_1$  can be obtained by application of the linear least squares method. Similarly, it is possible to get parameters of more complicated functions, too. For example, the well known Fourier expansion in the form (for discrete values of  $x$ )

$$y(x) = a_0 + a_1 \cdot \cos x + a_2 \cdot \cos 2x + \dots + a_n \cdot \cos nx +$$

$$b_1 \cdot \sin x + b_2 \cdot \sin 2x + \dots + b_n \cdot \sin nx$$

can be transformed to

$$X_1 = \cos x, X_2 = \cos 2x, \dots, X_n = \cos nx,$$

$$X_{n+1} = \sin x, X_{n+2} = \sin 2x, \dots, X_{2n} = \sin nx$$

and converted to the linear expression as

$$y(x) = a_0 + a_1 \cdot X_1 + a_2 \cdot X_2 + \dots + a_n \cdot X_n +$$

$$b_1 \cdot X_{n+1} + b_2 \cdot X_{n+2} + \dots + b_n \cdot X_{2n},$$

uvedené goniometrické funkcie potrebné pre zostrojenie matice funkcií  $X$  dorátať.

#### 4. Nelineárna metóda najmenších štvorcov

Uvedený postup však nie je možné použiť tam, kde u nelineárnych funkcií (goniometrických, transcendentných) sú hľadané parametre závislosti v argumentoch funkcií. Napr. najjednoduchšiu rovnicu tlmených kmitov jednej hmoty v tvare

$$x(t) = A \cdot e^{-b \cdot t} \cdot \cos \omega t$$

nie je možné žiadnou transformáciou upraviť na lineárny tvar a preto je potrebné k určeniu jej parametrov  $A$ ,  $b$ ,  $\omega$  využiť nelineárnu metódu najmenších štvorcov, presnejšie metódu najmenších štvorcov pre nelineárne výrazy. Známych je viacej variantov, my uvedieme tri najvýznamnejšie - Gaussovú metódu linearizácie, metódu „najstrmšieho zostupu“ (Steepest Descent) a Levenberg - Marquardtov kompromis.

##### 4.1 Gaussov algoritmus

Gaussov algoritmus je možné popísať ako postupnosť lineárnych krokov metódy najmenších štvorcov. Zvolená funkcia je najskôr linearizovaná s využitím Taylorovho rozvoja okolo začiatočného odhadu parametrov  $A^{(0)}$ . Ak napíšeme pre každý ľubovoľný bod

$$y_i = f_i^{(0)} + (a_1 - a_1^{(0)}) \cdot \frac{\partial f_i}{\partial a_1} + (a_2 - a_2^{(0)}) \cdot \frac{\partial f_i}{\partial a_2} + \dots + (a_n - a_n^{(0)}) \cdot \frac{\partial f_i}{\partial a_n} + \varepsilon_i \quad (3)$$

kde

$$f_i^{(0)} = f_i(x_p, a_1^{(0)}, a_2^{(0)}, \dots, a_n^{(0)})$$

označíme

$$v_i = y_i - f_i^{(0)}, \quad \Delta_j = a_j - a_j^{(0)} \quad a_{z_{ij}} = \frac{\partial f_i}{\partial a_j} \Big|_{A = A^{(0)}}$$

dostaneme vzťah (3) v tvare

$$v_i = \Delta_1 \cdot z_{i1} + \Delta_2 \cdot z_{i2} + \dots + \Delta_n \cdot z_{in},$$

čo je pre všetky  $v_i$  možné napísať v maticovom tvare

$$V = Z \cdot \Delta$$

z čoho hľadaný vektor zmien parametrov  $\Delta$  dostaneme riešením sústavy lineárnych rovníc

whose  $(2n+1)$  parameters  $a_0, a_1, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$  can be determined from the set of  $(2n+1)$  algebraic linear equations, because to each of the selected values of  $x$  it is possible to compute the introduced goniometric functions needed for construction of the matrix of functions  $X$ .

#### 4. Nonlinear least square method

The above mentioned procedure of transformation cannot be used where nonlinear functions (goniometric, transcendent) of the searched parameters of dependencies are in disagreement with the functions. For example, the simplest equation of one mass damped vibrations in the form

$$x(t) = A \cdot e^{-b \cdot t} \cdot \cos \omega t$$

cannot be in any way transformed into a linear form. Therefore, it is necessary to get their parameters  $A$ ,  $b$ ,  $\omega$  by using nonlinear least squares, more exactly the least square procedure for nonlinear expressions. More variants are known. We will show just three of the most important: Gaussian algorithm of linearization, the steepest descent method and the Levenberg - Marquardt compromise.

##### 4.1 The Gaussian Algorithm

This algorithm may be described as a sequence of linear least squares procedures. The model is first linearized by Taylor's expansion about the initial guesses of  $A^{(0)}$ . We can write for each point of function

$$y_i = f_i^{(0)} + (a_1 - a_1^{(0)}) \cdot \frac{\partial f_i}{\partial a_1} + (a_2 - a_2^{(0)}) \cdot \frac{\partial f_i}{\partial a_2} + \dots + (a_n - a_n^{(0)}) \cdot \frac{\partial f_i}{\partial a_n} + \varepsilon_i \quad (3)$$

where

$$f_i^{(0)} = f_i(x_p, a_1^{(0)}, a_2^{(0)}, \dots, a_n^{(0)}).$$

If we determine

$$v_i = y_i - f_i^{(0)}, \quad \Delta_j = a_j - a_j^{(0)} \quad a_{z_{ij}} = \frac{\partial f_i}{\partial a_j} \Big|_{A = A^{(0)}}$$

we can get the formula (3) in the form as

$$v_i = \Delta_1 \cdot z_{i1} + \Delta_2 \cdot z_{i2} + \dots + \Delta_n \cdot z_{in},$$

which can be for all  $v_i$ 's written in a matrix form as

$$V = Z \cdot \Delta$$

from which the searched vector of changes of parameters  $\Delta$  can be found by solving the set of linear equations as

$$\Delta = A^{(1)} - A^{(0)} = (Z^T \cdot Z)^{-1} \cdot Z^T \cdot V \quad (4)$$

Rozdiel oproti lineárnej metóde najmenších štvorcov je v tom, že maticu sústavy a vektor pravej strany tensoraz nedostaneme pomocou matice funkcií, ale pomocou matice parciálnych derivácií zvolenej funkcie podľa jej parametrov vo všetkých bodoch (matica  $Z$ )<sup>1)</sup>. V naznačenom iteračnom postupe sa pokračuje, pokiaľ získaná zmena parametrov nie je menšia ako požadovaná presnosť riešenia.

#### 4.2 Metóda „najstrmšieho zostupu“ (Steepest Descent)

Uvedená metóda patrí medzi metódy gradientné. Ráta sa pri nej sklon povrchu súčtu štvorcov odchýlok pri počiatocnom odhade parametrov  $A^{(0)}$  a pokračuje sa v smere jeho najstrmšieho spádu k novému odhadu parametrov  $A^{(1)}$ . Postup sa opakuje až do dosiahnutia hodnôt parametrov, ktoré minimalizujú súčet štvorcov odchýlok.

Keďže

$$y_i = f_i(X_i, A) + \varepsilon_i$$

je súčet štvorcov odchýlok určený ako

$$S(A) = \sum [y_i - f_i(X_i, A)]^2$$

Potom

$$\left. \frac{\partial S(A)}{\partial a_j} \right|_{A = A^{(0)}} = -2 \cdot \sum [y_i - f_i(X_i, A^{(0)})] \cdot \frac{\partial f_i}{\partial a_j}$$

Ak označíme (v súlade s predchádzajúcim)

$$v_i = y_i - f_i \quad \text{a} \quad \frac{\partial f_i}{\partial a_j} = z_{ij},$$

potom bude

$$\left. \frac{\partial S(A)}{\partial a_j} \right|_{A = A^{(0)}} = -2 \cdot \sum \cdot y_i \cdot z_{ij} \Big|_{A = A^{(0)}}$$

alebo

$$\frac{\partial S(A)}{\partial A} = -2 \cdot Z \cdot V.$$

Potom vektor zmeny parametrov bude

$$\Delta = A^{(1)} - A^{(0)} = (Z^T \cdot Z)^{-1} \cdot Z^T \cdot V \quad (4)$$

The main difference in comparison with the linear method is that the matrix of the set is not obtained by using the matrix of functions but by using the matrix of partial derivatives of the chosen function with respect to its parameters in each point of discretization (matrix  $Z$ )<sup>1)</sup>. This iterative procedure continues until a change of parameters less than the wanted accuracy of solution is obtained.

#### 4.2 The Steepest Descent Method

This method belongs to a group of gradient methods. In this method the slope of the sum of squares surface at initial guesses  $A^{(0)}$  is computed and proceeds a certain distance along the direction of the steepest descent to obtain new parameter guesses  $A^{(1)}$ . This procedure is repeated till the parameter values that minimise the sum of squares are obtained.

Since,

$$y_i = f_i(X_i, A) + \varepsilon_i$$

the sum of squares function is given by

$$S(A) = \sum [y_i - f_i(X_i, A)]^2$$

Hence,

$$\left. \frac{\partial S(A)}{\partial a_j} \right|_{A = A^{(0)}} = -2 \cdot \sum [y_i - f_i(X_i, A^{(0)})] \cdot \frac{\partial f_i}{\partial a_j}$$

Let (with accordance with chapter 4.1)

$$v_i = y_i - f_i \quad \text{a} \quad \frac{\partial f_i}{\partial a_j} = z_{ij},$$

then

$$\left. \frac{\partial S(A)}{\partial a_j} \right|_{A = A^{(0)}} = -2 \cdot \sum \cdot y_i \cdot z_{ij} \Big|_{A = A^{(0)}}$$

or

$$\frac{\partial S(A)}{\partial A} = -2 \cdot Z \cdot V.$$

Then the vector of parameter changes will be

<sup>1)</sup> Aby bol algoritmus využiteľný všeobecne, je výhodné určovať naznačené parciálne derivácie numericky.

For the algorithm to be generally usable it is advantageous to determine the shown partial derivative numerically.

$$\Delta^{(1)} = A^{(1)} - A^{(0)} = 2 \cdot \lambda \cdot Z^T \cdot V. \quad (5)$$

Problémom je voľba konštanty  $\lambda$ , ktorú je možné zvoliť pevne, alebo ju pri každom kroku riešenia optimalizovať.

#### 4.3 Levenberg - Marquardtov kompromis

Pre väčšinu nelineárnych modelov, skutočný súčet štvorcov odchýlok blízko riešenia je možné dobre aproximovať kvadratickým povrchom, zatiaľ čo ďaleko od riešenia nie je kvadratická aproximácia vhodná. Preto blízko riešenia pracuje dobre Gaussov algoritmus, zatiaľ čo ďalej od riešenia je vhodné využiť metódu „najstrmšieho zostupu“.

Ponúka sa preto myšlienka, že najvhodnejšia by bola metóda, ktorá by pracovala v začiatkových fázach riešenia ako metóda „najstrmšieho zostupu“ a postupne - ako sa iterácie blížila ku konečnému riešeniu - by sa menila na metódu Gaussovu. Metóda založená na takomto princípe bola vyvinutá Levenbergom a Marquardtom a volá sa Levenberg -Marquardtov kompromis.

Všeobecný iteratívny postup zostáva zachovaný ako v predchádzajúcich prípadoch s tým rozdielom, že vektor zmeny parametrov je daný vzťahom

$$\Delta^{(k)} = A^{(k+1)} - A^{(k)} = (Z^T \cdot Z + \bar{\lambda} \cdot J) - 1 \cdot Z^T \cdot V \quad (6)$$

kde  $\bar{\lambda} = \frac{1}{2\lambda}$  z rovnice (5).

Posledne uvedená metóda je v súčasnosti najpoužívanejšia predovšetkým preto, že je veľmi málo citlivá na voľbu počiatočnej aproximácie hľadaných parametrov.

#### 5. Príklad aproximácie zvoleného súboru údajov

Na demonštráciu uvedených metód pre aproximáciu nelineárnych výrazov bol náhodne zvolený súbor údajov uvedený v tab. 1.

Súbor experimentálnych údajov pre aproximáciu Tab. 1.

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8
$y_i$	0.1	1.5	0.9	1.5	1.4	1.2	2.6	2.5

Uvedený súbor experimentálnych údajov bol aproximovaný prostredníctvom troch zvolených jednoduchých funkcií: (a) parabolu, (b) exponenciálou, (c) polytropou.

Aproximácie exponenciálou a polytropou boli vykonané najskôr všeobecne používanou transformáciou na lineárne vzťahy (logaritmovaním) a potom i s využitím nelineárnej metódy najmenších štvorcov. Získané výsledky po aproximácii transformáciou na lineárne vzťahy a prostredníctvom nelineárnej metódy najmenších štvorcov sú uvedené v tab. 2.

Z uvedeného prehľadu získaných výsledkov je zrejmé, že pokiaľ by sme použili iba lineárnu metódu najmenších štvorcov

$$\Delta^{(1)} = A^{(1)} - A^{(0)} = 2 \cdot \lambda \cdot Z^T \cdot V. \quad (5)$$

The only problem is to choose the value of  $\lambda$  properly. It can be determined as a constant or can be computed and optimized at each step of solution.

#### 4.3 The Levenberg - Marquardt Compromise

For most nonlinear models, the true sum of squares surface near the solution is well approximated by a quadratic surface, but far from the solution, the quadratic approximation is poor. Hence, near the solution, the Gaussian algorithm works well; however, far from the solution the steepest descent is more suitable.

This offers an idea that the most suitable method could be the one behaving like the steepest descent in early stages of iteration and gradually changes to Gaussian algorithm as the iteration proceeds to the final solution. This method was developed by Levenberg and Marquardt and is called the Levenberg - Marquardt compromise.

The general iterative procedure remains the same as in former cases except for an expression of the vector of parameter changes  $\Delta$  which is given by

$$\Delta^{(k)} = A^{(k+1)} - A^{(k)} = (Z^T \cdot Z + \bar{\lambda} \cdot J) - 1 \cdot Z^T \cdot V \quad (6)$$

where  $\bar{\lambda} = \frac{1}{2\lambda}$  from formula (5).

The latest method is the most used at present as it is not very sensitive to the initial parameters guess.

#### 5. An example of approximation of a set of data

To demonstrate the above mentioned method, a set of data according to Tab.1 was chosen.

A set of data for approximation Tab. 1

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8
$y_i$	0.1	1.5	0.9	1.5	1.4	1.2	2.6	2.5

This set of data was approximated by three simple functions: (a) parabolic, (b) exponential, (c) polytropical.

That approximation by exponential and polytropical functions was made for the first time using a generally accepted logarithmic transformation and for the second time using a non-linear least square procedure. The results can be seen in Tab. 2.

These results show that if we only use the linear least squares method and try to judge the most suitable function form after its results, we would obviously choose a parabolic function (nearly

Zhrnutie výsledkov aproximácie

Tab.2

Krivka		Parabola	Exponenciála	Polytropa
Tvar funkcie		$y(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2$	$y(x) = A \cdot e^{b \cdot x}$	$y(x) = B \cdot x^n$
Koeficienty	<i>transformácia na lineárny tvar</i>	$a_0 = 0.359$ $a_1 = 0.195$ $a_2 = 0.009$	$A = 0.273$ $b = 0.310$	$B = 0.212$ $n = 1.244$
	<i>nelineárna metóda najmenších štvorcov</i>	-	$A = 0.569$ $b = 0.190$	$B = 0.569$ $n = 1.209$
Súčet odchyľok štvorcov	<i>transformácia na lineárny tvar</i>	$S_c = 1.429$	$S_c = 2.370$	$S_c = 1.880$
	<i>nelineárna metóda najmenších štvorcov</i>	-	$S_c = 1.435$	$S_c = 1.435$
Index korelácie	<i>transformácia na lineárny tvar</i>	$I_{yx} = 0.831$	$I_{yx} = 0.698$	$I_{yx} = 0.770$
	<i>nelineárna metóda najmenších štvorcov</i>	-	$I_{yx} = 0.830$	$I_{yx} = 0.830$

Results of approximation

Tab. 2

Curve		Parabola	Exponent	Polytropic
Form of function		$y(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2$	$y(x) = A \cdot e^{b \cdot x}$	$y(x) = B \cdot x^n$
Coefficients	<i>transformation to linear form</i>	$a_0 = 0.359$ $a_1 = 0.195$ $a_2 = 0.009$	$A = 0.273$ $b = 0.310$	$B = 0.212$ $n = 1.244$
	<i>non-linear least square procedure</i>	-	$A = 0.569$ $b = 0.190$	$B = 0.569$ $n = 1.209$
The sum of squares	<i>transformation to linear form</i>	$S_c = 1.429$	$S_c = 2.370$	$S_c = 1.880$
	<i>non-linear least square procedure</i>	-	$S_c = 1.435$	$S_c = 1.435$
Index of correlation	<i>transformation to linear form</i>	$I_{yx} = 0.831$	$I_{yx} = 0.698$	$I_{yx} = 0.770$
	<i>non-linear least square procedure</i>	-	$I_{yx} = 0.830$	$I_{yx} = 0.830$

a posudzovali podľa jej výsledkov najvhodnejšiu funkciu k aproximácii uvedeného súboru hodnôt, zrejme by sme zvolili parabolu (prakticky priamku), zatiaľ čo polytropa i exponenciála dávajú výsledky o poznanie horšie.

Po aplikácii nelineárnej metódy najmenších štvorcov je však možné zistiť, že všetky tri zvolené tvary aproximačných funkcií dávajú prakticky rovnaké výsledky a voľba typu aproximácie bude zrejme závisieť od podstaty skúmaného problému. Markantný rozdiel je najmä u aproximácie exponenciálou, kedy rozdiel súčtov štvorcov odchyľok získaných obidvoma postupmi je rozhodne štatisticky významný.

Zrejme je to i z grafického znázornenia (obr. 1), kde krivka K2 určená nelineárnou metódou najmenších štvorcov dáva viditeľne lepšiu aproximáciu experimentálnych hodnôt, ako krivka K1, získaná transformáciou na lineárny tvar.

Na skutočnosť, že transformácia exponenciálneho vzťahu na lineárny logaritmovaním určuje iba minimálny súčet štvorcov odchyľok logaritmov funkčných hodnôt upozorňuje v literatúre iba Linczényi [3], praktické dôsledky sme však objavili až náhodou pri príprave zadania na cvičenia a testovaní spracovaných programov aproximácie experimentálnych údajov. Pokiaľ je však experimentálna závislosť takmer funkčná (index korelácie sa blíži 1),

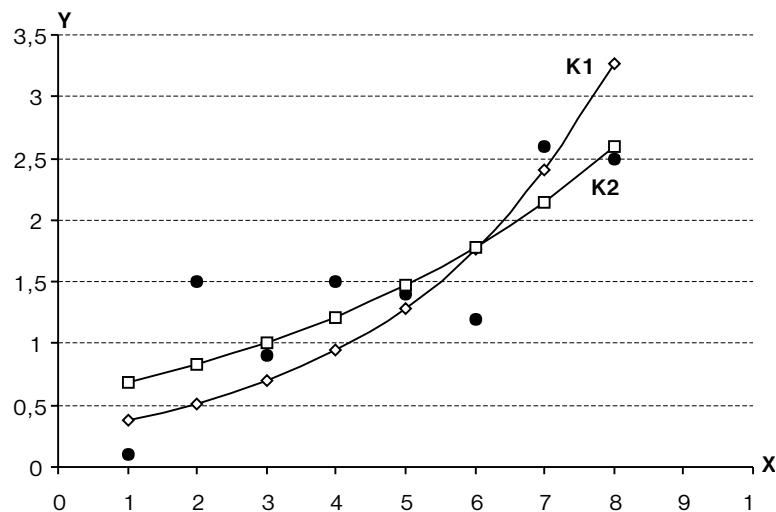
linear) because the results of exponential and polytropical function are a little bit worse.

On the other hand, after using the non-linear least squares procedure we can see that almost all three dependencies give nearly the same results and the judgement as to which type of approximation to use should depend on the basic principles of the examined problem. A striking difference can be seen namely in the exponential approximation when the difference of the sum of squares of both methods is evidently statistically significant.

We can see it from the graphs in Fig.1 too, where the curve K2 determined by the non-linear least squares method evidently gives better approximation of the experimental data than the curve K1 determined by transformation into a linear form.

Only Linczényi mentioned in his work [3] that by transformation of an exponential form into a linear one, only a minimum sum of squares of logarithm can be obtained. Practical consequences were found accidentally by testing some programs of approximation of the experimental data. As a matter of fact, if an experimental dependence is nearly functional (index of correlation equals nearly one) the results determined by both

i	$Y_{t1}$	$Y_{t2}$
1	0.372	0.687
2	0.508	0.831
3	0.693	1.005
4	0.945	1.215
5	1.289	1.468
6	1.759	1.775
7	2.400	2.146
8	3.270	2.595
$\Sigma v_i^2$	2.371	1.435



Obr. 1. Porovnanie aproximácie exponenciálou  
Obr.1. Comparison of approximations by exponential functions

výsledky získané oboma spôsobmi sú prakticky rovnaké. Rozdiely sa zväčšujú so znižujúcou sa koreláciou závislosti.

## 6. Záver

Cieľom príspevku bolo predovšetkým ukázať, že všeobecne používané transformácie i jednoduchých nelineárnych výrazov na lineárne s následným použitím aproximácie experimentálnych hodnôt metódou najmenších štvorcov môžu dať pri nižších indexoch korelácie i zásadne chybné výsledky, a že teda jediným správnym postupom aproximácie experimentálnych hodnôt nelineárnymi funkciami je využitie niektorej z nelineárnych metód najmenších štvorcov, pre ktorých uplatnenie súčasný rozvoj výpočtovej techniky vytvára vhodné podmienky.

## Literatúra

- [1] WU, S. M., PANDIT, S. M.: Time Series and System Analysis. University of Wisconsin Press, Madison 1979.
- [2] HARANT, M.: Matematické metódy v experimentálnej praxi. VŠD, Žilina 1970.
- [3] LINCZÉNYI, A.: Inžinierska štatistika. Alfa, Bratislava 1973.
- [4] KROPÁČ, O.: Metody experimentálneho výskumu. ČVUT, Praha 1988.
- [5] MÁČA, J.: Identifikácia a modelovanie dynamických systémov. VF VŠDS, Žilina 1991.

Recenzenti: A. Linczényi, P. Marušiak

methods are practically identical. The differences grow with a sinking correlation of dependence.

## 6. Conclusion

The aim of this paper was to show that the generally used transformations of simple non-linear functions into the linear ones (followed by approximation of experimental data by the least squares method) may also sometimes give the dependencies with lower correlation principally wrong results. The only correct way to approximate experimental data by non-linear function is to use non-linear least squares procedures (from which the best one is Levenberg - Marquardt compromise), for which the present state of computing equipment creates the best conditions.

## References

- [1] WU, S. M., PANDIT, S. M.: Time Series and System Analysis. University of Wisconsin Press, Madison 1979.
- [2] HARANT, M.: Matematické metódy v experimentálnej praxi. VŠD, Žilina 1970.
- [3] LINCZÉNYI, A.: Inžinierska štatistika. Alfa, Bratislava 1973.
- [4] KROPÁČ, O.: Metody experimentálneho výskumu. ČVUT, Praha 1988.
- [5] MÁČA, J.: Identifikácia a modelovanie dynamických systémov. VF VŠDS, Žilina 1991.

Reviewed by: A. Linczényi, P. Marušiak



# MECHANICKÉ VLASTNOSTI PERSPEKTÍVNYCH ZLIATIN MG

## MECHANICAL PROPERTIES OF ADVANCED MG ALLOYS

*Článok popisuje mechanické vlastnosti Mg zliatin, ktoré boli určené pri izbovej teplote a tečení. Deformačné mechanizmy sú diskutované*

*This paper describes the tensile strength of Mg alloys determined at room temperature and creep. The deformation mechanisms are discussed.*

### 1. Úvod

Automobilový priemysel prejavuje rastúci záujem o horčíkové zliatiny ako o konštrukčný materiál, ktorý zníži hmotnosť automobilu a zníži spotrebu pohonných hmôt, a tým aj emisií. Uplatnenie nájdú aj v leteckom priemysle a v komunikáciách. Očakáva sa, že tieto zliatiny budú hrať významnú úlohu, pretože majú nízku hustotu a vysoké tlmenie zvuku. Na druhej strane ich nevýhodou je, že majú nízku pevnosť a menšiu odolnosť proti tečeniu. Odolnosť proti tečeniu možno zlepšiť zmenením mikroštruktúry, vyššou čistotou zložiek zliatiny a legovaním niektorými prvkami napr. vápnikom a prvkami vzácnych zemín [1]. Pri zlepšovaní mechanických vlastností je dôležité pochopiť mechanizmy určujúce medzu sklzu a deformačné spevnenie. Spevnenie tuhého roztoku, precipitačné a disperzné spevnenie ovplyvňujú medzu sklzu. Jej hodnota závisí od veľkosti zrna a môže byť vyjadrená známym Hallovým-Petchovým vzťahom. Je všeobecne známe, že existuje vzťah medzi mikroštruktúrou a medzou sklzu. V tomto článku chceme informovať o mechanických vlastnostiach perspektívnych horčíkových zliatin a uviesť základné mechanizmy, ktoré ovplyvňujú ich pevnosť. Najčastejšie používané zliatiny vychádzajú zo systémov Mg-Al a Mg-Zn.

### 2. Mechanické vlastnosti

Zliatiny typu Mg-Al-Zn (séria AZ), Mg-Al-Mn (séria AM), Mg-Al-Si (séria AS), Mg-Al-RE (séria AE, kde RE znamená prvok vzácnej zeminy, najčastejšie Nd), Mg-Zn-Cu (séria ZC) a Mg-Zn-RE (séria ZE) sa používajú veľmi často a ich mechanické vlastnosti boli skúmané pri rôznych teplotách. Deformačné mechanizmy zatiaľ nie sú úplne známe.

#### 2.1 Pevnosť v ťahu

Mechanické vlastnosti horčíkových zliatin sú ovplyvnené hlavne legujúcimi prvkami. Hodnoty pre dohovorenú medzu sklzu

### 1. Introduction

The automotive industry has shown a growing interest in magnesium alloys as a structural material that may manufacture cars, reduce fuel consumption, and exhaust emissions. Fields of application fields are also in the aviation and communication industry. Magnesium alloys are promising materials because of their low density and high damping. It is expected that they will play a significant role. On the other hand, magnesium alloys exhibit low strength and low resistance to corrosion. Microstructure refinement, a higher purity of alloy components and some additional solute atoms are some possibilities to improve the corrosion resistance. It has been demonstrated that the additions of rare earth elements and calcium have resulted in an improvement in the corrosion resistance of Mg alloys [1]. In order to improve the mechanical properties it is important to understand the deformation mechanisms of yielding and work hardening. The yield stress is influenced by solid solution hardening, precipitation and/or dispersion strengthening. The yield stress increases also with decreasing grain size. A finer grain size may contribute significantly to the strength. The grain size dependency of the yield stress and tensile strength can be expressed by using the Hall - Petch relationship. It is well known that there is a close relation between the yield stress and the microstructure. The most common alloy systems have been developed in the Mg-Al and Mg-Zn systems. The aim of this paper is to provide information on tensile properties of some advanced Mg alloys and to present the fundamental mechanisms affecting the strength of the alloys.

### 2. Tensile properties

Mg-Al-Zn (series AZ), Mg-Al-Mn (series AM), Mg-Al-Si (series AS) and Mg-Al-RE (series AE, RE means rare earth element, usually Nd) are used very often and their mechanical properties were investigated at various temperatures.

\* Prof. RNDr. Pavel Lukáč, DrSc., D.h.c., Prof. RNDr. Zuzanka Trojanová, DrSc., Prof. Ing. Peter Palček, CSc.  
Department of Metal Physics, Charles University, Ke Karlovu 5, 121 16 Praha 2, ČR  
Department of Materials Engineering, University of Žilina, Veľký diel, 010 26 Žilina, SR

( $R_p$  0,2 definovanú ako napätie, pri ktorom trvalá deformácia dosiahne 0,2 %), konvenčnú medzu pevnosti ( $R_m$ ) a ťažnosť sú uvedené v tab. 1 pre izbovú teplotu. Súčasne je v nej uvedené aj nominálne chemické zloženie v hm.%. Zliatina AZ91 sa v mnohých prípadoch pripravuje z veľmi čistých komponentov. Z toho dôvodu potom AZ91 obsahuje veľmi malé množstvo Fe a Ni, a tým sa zvyšuje odolnosť voči korózii. Medza sklzu a medza pevnosti zliatiny AZ91 klesajú s rastúcou teplotou. Až do teploty okolo 100 °C pokles je mierny, ale nad 100 až 130 °C je tento pokles veľmi výrazný. Ťažnosť sa s rastúcou teplotou zvyšuje. Zatiaľ čo pri izbovej teplote je 7 %, pri 100 °C je 13 % a pri 150 °C je až 23 % [2]. Podobné teplotné závislosti medze sklzu, medze pevnosti a ťažnosti sa pozorujú aj pre zliatiny AE42. Je vhodné však poznamenať, že pre teploty nad 100 °C deformácia zodpovedajúca medzi pevnosti zliatiny AE42 sa s rastúcou teplotou zvyšuje, ale v zliatine AZ91 s rastúcou teplotou klesá. Deformačné krivky zliatiny AE42 sa vyznačujú značným deformačným spevnením, pokiaľ sú deformované pri teplotách do 150 °C [2]. V zliatine AZ91 sa pozoruje intenzívne dynamické zotavenie už pri deformovaní vzorky pri teplotách nad 100 °C. Tento efekt je vidieť aj na obr. 1 pre vzorky deformované jednoosovým tlakom.

Rozdielne deformačné správanie oboch zliatin sa môže vysvetliť vplyvom mikroštruktúry a dislokačnej subštruktúry na spevňujúce procesy. Precipitáty ( $\beta$ - $Mg_{17}Al_{12}$ ) sú umiestené vo forme lamiel predovšetkým na hraniciach zŕn. Pri teplote okolo 413 °C sa celá alebo časť fázy  $Mg_{17}Al_{12}$  rozpustí. S rastúcou teplotou nastáva jej postupné rozpúšťanie už od izbovej teploty.

## 2.1 Tensile strength

The mechanical properties of magnesium alloys vary significantly with alloying elements. The yield stress (YS, defined as the stress required for a plastic strain of 0.2 %), the ultimate tensile strength (UTS) and the % elongation at fracture (A) for some Mg alloys estimated at room temperature are presented in Tab. 1. In the same table, the nominal composition of alloys is given in wt %. In many cases the AZ91 series is prepared from very pure components containing very small contents of Fe and Ni solutes. It then exhibits a higher corrosion resistance. The yield stress and tensile strength of the alloys introduced in Tab. 1 decrease with increasing temperature. Up to about 100 °C the decrease in the tensile properties is slow, and above 100 to 130 °C, the yield stress and the tensile strength decrease rapidly with temperature. Elongation to fracture increases with increasing temperature.

While elongation to fracture at room temperature is 7 %, it reaches 13 % at 100 °C and 23 % at 150 °C [2]. Similar temperature dependencies of the yield stress, tensile strength and elongation to the fracture are also observed for the AE42 alloy. However, it is noteworthy that the strain (elongation) at which the ultimate tensile strength is reached increases with increasing temperature for the AE42 alloy, whereas that for AZ91 decreases with a temperature above 100 °C.

The flow stress - strain curves of AE42 alloy show a significant work (strain) hardening at temperatures up to 150 °C [2], whereas dynamic recovery is observed for specimens of AZ91 deformed at

Základné mechanické vlastnosti niektorých Mg zliatin pri izbovej teplote  
Tensile properties of some Mg alloys at room temperature

Tab. 1.

Tab. 1

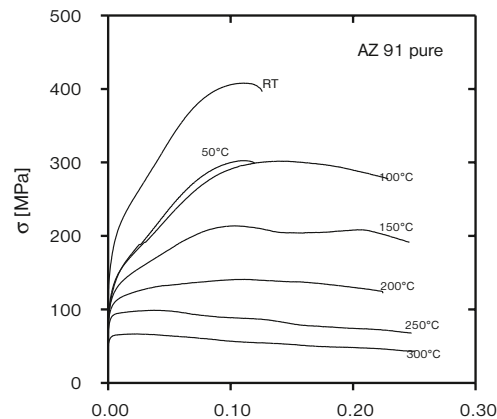
Zliatina	Al	Zn	Mn	Si	RE	Cu	$R_p$ 0,2 [MPa]	$R_m$ [MPa]	A [%]
	Al	Zn	Mn	Si	RE	Cu	YS/MPa	UTS/MPa	A/%
AZ91	9.2	0.7	0.2				150	250	7
AM20	2.0	0.01	0.5	0.01			90	215	19
AM50	4.8	0.01	0.3	0.01			120	230	15
AM60	5.8	0.01	0.3	0.01			130	250	14
AS21	2.0	0.20	0.2	1.0			125	225	15
AS41	4.5	0.20	0.2	1.0			130	250	15
AE42	3.8		0.2		2.5		130	230	12
ZC63		6.0	0.2			2.7	125	210	4.0
ZE41		4.2			1.2		104	205	3.5

Teplotné závislosti medze pevnosti pre AM60, AS41 a AE42 sú veľmi podobné. Hodnoty medze pevnosti týchto zliatin sú nižšie ako má zliatina AZ91. Teplotné závislosti medze sklzu pre zliatiny AZ91, AM20, AM60, AS41 a AE42 sú podobné; pritom hodnota medze sklzu zliatiny AZ91 je najvyššia. Z experimentálnych výsledkov vyplýva, že ťažnosť sa zvyšuje s rastúcou teplotou. Zliatina AZ91 má vysokú pevnosť a vysokú odolnosť proti korózii, ale má malú ťažnosť. Zliatiny serie AM majú strednú pevnosť, ale dobrú plasticitu a relatívne vysokú ťažnosť. Zliatiny série AS a AE môžu byť odporúčané pre aplikáciu pri vyšších teplotách.

temperatures above 100 °C, as can be seen in Fig. 1. The specimens of AZ91 were deformed in compression tests at various temperatures. Different deformation behaviours of both alloys may be accounted for by the influence of the microstructure and dislocation substructure on the hardening processes. The main precipitates are  $\beta$ - $Mg_{17}Al_{12}$  particles situated mainly at grain boundaries. Annealing at temperatures around 413 °C will cause all or part of the  $Mg_{17}Al_{12}$  phase to dissolve. The temperature variations of the tensile strength for AM60, AS41 and AE42 are very similar. The values of the tensile strength of these alloys are

Precipitáty  $Mg_{17}Al_{12}$  prítomné v zliatine AZ91 spôsobujú krehkosť tohoto materiálu. Precipitáty sú prekážkami pre pohyb dislokácií, voľná dráha dislokácií je malá, a z toho dôvodu je aj ťažnosť nízka. V zliatinách série AM je obsah atómov Al nízky, a preto aj objemový podiel častíc  $Mg_{17}Al_{12}$  je v týchto zliatinách nižší než v AZ91. To potom znamená, že hustota

prekážok pre pohyb dislokácií je nižšia, a preto je medza sklzu aj medza pevnosti zliatin série AM nižšia ako v zliatine AZ91; ťažnosť je zasa vyššia. Je známe, že Mn s Al tvoria intermetallikum, ktoré eliminuje voľné Fe atómy, a tým sa zlepšuje odolnosť proti korózii. V poslednej dobe sa začínajú používať horčíkové zliatiny, ktoré obsahujú prvky vzácnych zemín a tiež atómy Zr. Tieto zliatiny majú vysoké hodnoty medze sklzu a medze pevnosti. Hodnoty pevnosti namerané pri izbovej teplote pre niektoré zliatiny sú uvedené v tab. 2. Tieto zliatiny majú vysoké hodnoty medze sklzu a medze pevnosti až do teplôt 250 °C a vysokú odolnosť proti tečeniu (creepu).



Obr. 1. Závislosť napätia od deformácie v tlaku  
Figure 1: Stress strain curves in compression.

lower than those for AZ91 alloy. The temperature dependencies of the yield stress for AZ91, AM20, AM60, AS41 and AE42 alloys are similar, but the value of the yield stress of the AZ91 is the highest one. The experiment results show that the values of elongation to fracture increase with increasing temperature. Alloy AZ91 exhibits high strength and high corrosion resistance but only low elongation. The AM series show moderate strength but good plasticity; the values of elongation to fracture are relatively high. Alloys of AS and AE series may be recommended for high temperature applications. As mentioned above, the  $Mg_{17}Al_{12}$  precipitates are present in alloy AZ91. These precipitates that cause that material is brittle. Precipitates are obstacles for dislocation motion. That means the free path of

the dislocations is low. Therefore, the total strain to fracture is also low. In alloys of AM series, the content of Al atoms is low and the volume fraction of  $Mg_{17}Al_{12}$  particles in these alloys is much lower than in the AZ91 alloy. This means that the density of obstacles for the dislocation motion is lower. This causes the yield stresses and tensile strengths of AM series alloys to be lower and the elongation to fracture to be higher than in the AZ91 alloy. It is known that Mn with Al forms an intermetallic compound that eliminate free Fe atoms and hence, corrosion resistance of magnesium alloys is improved. Recently, magnesium alloys containing rare earth metals have been used. These alloys also contain Zr atoms and have high values of the yield stress and tensile strength as can be seen from Tab. 2 where the values are introduced.

Mechanické vlastnosti niektorých zliatin Mg pri izbovej teplote  
Tensile properties of some Mg alloys at room temperature

Tab. 2.  
Tab. 2

Zliatina	Zr	Zn	RE	Ag	Y	$R_p$ 0,2 [MPa]	$R_m$ [MPa]	A [%]
	Al	Zn	Re	Ag	Y	YS/MPa	UTS/MPa	A/%
EZ33	0.6	2.7	3.3			110	160	2
QE22	0.7		2.1	2.5		195	260	3
WE43	0.7		3.4		4.0	165	250	2
WE54	0.7		3.0		5.2	170	250	2

## 2.2 Tečenie (creep)

Rýchlosť ustáleného tečenia môže byť vyjadrená nasledujúcou rovnicou:

$$\dot{\epsilon} = A\sigma^n \exp(-Q/RT) \quad (1)$$

kde A je konštanta,  $\sigma$  je vonkajšie (pôsobiace) napätie, n je napäťový exponent, R je plynová konštanta, Q je aktivačná energia tečenia a T je absolútna teplota. Rýchlosť tečenia závisí od mikroštruktúry, hlavne od veľkosti zrna. Z výsledkov, ktoré publikovali Aune a Westengen [2,3] môžeme usúdiť, že rýchlosť tečenia zliatin AZ91, AS21 a AS41 pri 100 °C a napätí 50 MPa je veľmi

These alloys exhibit high values of the yield stress as well as tensile strength up to 250 °C and a high creep resistance.

## 2.2 Creep behaviour

It has been found that the steady state creep rate of magnesium alloys may be expressed by the following equation

$$\dot{\epsilon} = A\sigma^n \exp(-Q/RT) \quad (1)$$

where A is a constant,  $\sigma$  is the applied stress, n is the stress exponent, R is the gas constant, Q is the activation energy of creep

nízka, prakticky pre všetky tri zliatiny rovnaká okolo  $1.2 \times 10^{-9} \text{ s}^{-1}$ . Rýchlosti tečenia pre tie isté zliatiny pri teplote  $150 \text{ }^\circ\text{C}$  a napätí  $50 \text{ MPa}$  sú však už veľmi rôzne. Najnižšie rýchlosti pri  $150 \text{ }^\circ\text{C}$  boli namerané pre zliatiny AS21 a AE42, ktoré sú vhodné pre použitie pri vyšších teplotách, pretože majú vysokú odolnosť proti tečeniu. Ako uviedli Aune a Westengen [3] zliatiny AS41 a AE42 testované pri  $200 \text{ }^\circ\text{C}$  a napätí  $30 \text{ MPa}$  majú väčšiu odolnosť proti tečeniu ako zliatiny AZ91 a AE41. Najlepšie vlastnosti pri tečení zo všetkých hore uvedených zliatin má AE42. Aj z tohoto stručného prehľadu je jasný vplyv Nd. Napäťový exponent v niektorých prípadoch nemá konštantnú hodnotu, inokedy má zas vysokú hodnotu a aktivačná energia tečenia má hodnotu blízku energie samodifúzie. Takéto správanie je možné vysvetliť tak, že sa použije predpoklad o existencii prahového napätia  $\sigma_0$ . Potom do rovnice pre tečenia sa miesto vonkajšieho napätia zavedie výraz  $\sigma - \sigma_0$ . Rovnicu pre ustálené tečenie je potom možné vyjadriť v tvare, ktorý navrhli Sherby a kol. [4].

### 3. Diskusia

Ak chceme pripraviť materiál s požadovanými mechanickými vlastnosťami, je veľmi dôležité poznať tie mechanizmy, ktoré určujú medzu sklzu a deformačné spevnenie. Podľa von Misesovho kritéria [5] musí byť činných minimálne 5 nezávislých sklzových systémov, aby sa polykryštal deformoval. V monokryštáloch horčíka, ktorý má hexagonálnu štruktúru, sa deformačia uskutočňuje v bazálnom systéme. Počet nezávislých sklzových systémov tohto druhu je menší ako požadovaných 5. Z toho dôvodu je nutné, aby boli aktivované iné (kryštalograficky iné) sklzové systémy, alebo aby deformačný mód bolo dvojčatenie. Pyramidálny sklzový systém druhého druhu je jeden z dôležitých nebazálnych sklzových systémov. Je vhodné uviesť, že kritické sklzové napätie pre pyramidálny sklzový systém má anomálnu závislosť od teploty [6,7]. Kritické sklzové napätie prudko klesá v intervale deformačných teplôt od  $77$  do  $270 \text{ K}$  a potom toto napätie rastie s rastúcou teplotou v intervale od  $270$  do  $375 \text{ K}$ . Pre deformačné teploty nad  $375 \text{ K}$  kritické sklzové napätie znovu klesá s klesajúcou teplotou. Kritické sklzové napätie pre bazálny sklzový systém závisí od koncentrácie rozpustenej zložky  $c$ . Pre substitučný tuhý roztok platí rovnica:

$$\tau = ZG\varepsilon_L^{4/3}c^{2/3} + \tau_0, \quad (2)$$

kde  $Z$  je konštanta,  $G$  je modul pružnosti v šmyku,  $\varepsilon_L$  je parameter, ktorý závisí od rozdielu atómových polomerov atómu matrice a atómu rozpustenej zložky a od väzby medzi týmito atómami, a  $\tau_0$  je kritické sklzové napätie pre čistý horčík [8]. Koncentračná závislosť kritického sklzového napätia pre prizmatický sklzový systém (nebazálny sklzový systém) sa nedá popísať rovnicou (2); táto závislosť je zložitejšia a pre niektoré tuhé roztoky môže byť rôzna v rôznych teplotných intervaloch. V niektorých koncentračných oboroch kritické sklzové napätie pre prizmatický sklz klesá s rastúcou koncentráciou rozpustenej zložky.

Dvojčatenie je významným deformačným módom v hexagonálnych kovoch. Chun a kol. [9] zistili, že deformačné dvojčatenie

and  $T$  is the absolute temperature. The creep rate depends on the microstructure, especially on grain size. From the results published by Aune and Westengen [2,3] we can conclude that the creep rate of AZ91, AS21 and AS41 alloys crept at  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  under  $50 \text{ MPa}$  is very low, about  $1.2 \times 10^{-9} \text{ s}^{-1}$ , and practically the same for all three alloys. The creep rates for the same alloys crept at  $150 \text{ }^\circ\text{C}$  also at  $50 \text{ MPa}$  are very different. The lowest creep rates at  $150 \text{ }^\circ\text{C}$  were observed for AS21 and AE42 alloys that are suitable for high temperature applications because of their high creep resistance. Aune and Westengen [3] have reported that AS41 and AE42 alloys tested at  $200 \text{ }^\circ\text{C}$  under  $30 \text{ MPa}$  show improved creep resistance compared to AZ91 and AE41. Alloy AE42 shows the best creep properties of all these alloys. The influence of RE is obvious. In some cases the stress exponent has a high value  $s$  and the creep activation energies have values that are higher than the energy for the self-diffusion of magnesium. It may be possible to explain this behaviour if the concept of a threshold stress  $\sigma_0$  is introduced. Then, the applied stress should be replaced by  $\sigma - \sigma_0$  and the equation for the steady state creep rate should be expressed as proposed by Sherby et al. [4].

### 3. Discussion

In order to prepare materials with the needed mechanical properties it is very important to know the mechanisms determining yielding (the yield stress) and strain hardening. According to R. von Mises [5] more than 5 independent slip systems must be operated for polycrystals to deform. In magnesium with the hexagonal crystal structure deformation occurs in basal slip system. The number of these independent slip systems is lower than the requirement. It is necessary that another slip system is activated or deformation occurs by twinning. If an additional slip system is activated then deformation becomes easier. The secondary pyramidal slip system as one of the non-basal slip systems is important. It should be noted that the critical resolved shear stress for the pyramidal slip system exhibits an anomalous dependence on temperature [6,7]. The critical resolved shear stress decreases strongly when the testing temperature increases from  $77$  to  $270 \text{ K}$  and then it increases with increasing temperature between  $270$  and  $375 \text{ K}$ . For testing temperatures higher than  $375 \text{ K}$ , the critical resolved shear stress decreases again with increasing temperature. The critical resolved shear stress for basal slip in Mg increases with increasing solute concentration  $c$  according to the equation

$$\tau = ZG\varepsilon_L^{4/3}c^{2/3} + \tau_0, \quad (2)$$

where  $Z$  is a constant,  $G$  is the shear modulus,  $\varepsilon_L$  is the parameter that depends on the radius difference between host and solute atoms and on the binding among atoms, and  $\tau_0$  is the critical resolved shear stress for pure Mg [8]. The concentration dependence of the critical resolved stress for prismatic slip (non-basal slip system) is complex and is different for various temperatures. In some concentration range the critical resolved shear stress for prismatic slip decreases with addition of solute atoms.

v zliatine Mg-5.1hm% Zn môže byť potlačené, keď sú v zliatine prítomné precipitáty.

Pri deformácii hexagonálnych polykrystalov očakávame aktivitu nielen bazálneho sklzového systému, ale aj nebazálneho sklzového systému. Aktivita ktoréhokoľvek nebazálneho systému je oveľa ľahšia pri vyšších teplotách. Hodnoty medze sklzu aj medze pevnosti budú potom ovplyvnené činnosťou nebazálnych sklzových systémov. Je jasné, že v zliatinách začiatok deformácie je ovplyvnený atómami rozpustenej zložky. Je zrejme, že koncentračná a teplotná závislosť medze sklzu by mohla byť ovplyvnená zložitou závislosťou činnosti nebazálneho sklzového systému od teploty a koncentrácie atómov rozpustenej zložky. Hranice zŕn (a textúra) a precipitáty budú mať silný vplyv na deformačný mechanizmus polykrystalov ako funkcia teploty. Deformačné napätie klesá s klesajúcou teplotou, keď zrno je veľké a textúra je vhodná pre dvojčatenie.

#### 4. Záver

Zmeny v mikroštruktúre horčíkových zliatin, ktoré vzniknú pri príprave a tepelnom spracovaní, podstatne ovplyvňujú mechanické vlastnosti týchto materiálov. Pevnosť horčíkových zliatin môže byť zvýšená spevnením tuhého roztoku, precipitačným a disperzným spevnením a tiež veľkosťou zrna. Legujúce prvky môžu rôznym spôsobom ovplyvniť kritické sklzové napätie pre bazálny aj nebazálny sklzový systém. Toto má silný vplyv na spevnenie. Nie je možné odvodiť jednoduché pravidlo, ktoré by popisovalo vplyv koncentrácie atómov rozpustených zložiek na medzu sklzu. Zatiaľ nie je jasné, ako určiť podiel viacerých spevňujúcich mechanizmov, ktoré prebiehajú súčasne.

**Podakovanie** - Za finančnú podporu ďakujeme Grantovej agentúre Českej republiky (grant č. 106/99/1717). P. L. a Z. T. ďakujú tiež DFG, Nemecko.

#### Literatúra

- [1] NUSSBAUM, G. N.- SAINFORT, P.- REGAZZONI, G.- GJESTLAND, H.: Scripta Metall. 23, 1989, s. 1079.
- [2] AUNE, T. Kr.- WESTENGEN, H.: SAE Technical Paper 950424, Detroit 1995.
- [3] AUNE, T. Kr.- WESTENGEN, H.: Magnesium Alloys and Their Applications. Red.: Mordike, B.L., Hehmann, F. DGM Informationsgesellschaft, Oberursel 1992, s. 221.
- [4] SHERBY, O. D.- KLUNDT, R. H.- MILLER, A. K.: Metall. Trans. 8A, 1977, 843.
- [5] MISES von, R.: Z. Angew. Math. Mech. 8, 1928, 161.
- [6] STOHR, J. F.- POIRIER, J.: Phil. Mag. 25, 1972, 1313.
- [7] OBARA, T.- YOSHINAGA, H.- MOROZUMI, S.: Acta Metall. 21, 1973, 845.
- [8] LUKÁČ, P.: Phys. Stat. Solidi (a) 131, 1992, 377.
- [9] CHUN, J. S.- BYRNE, J. G.- BORNEMANN, A.: Phil. Mag. 20, 1969, 291.

Recenzenti: L. Kunz, P. Skočovský

Twinning is a significant mode of deformation in hexagonal metals. Chun et al. [9] showed that deformation twinning can be suppressed in Mg-5.1wt % Zn alloy by the presence of precipitates.

In polycrystals we expect not only the activity basal slip system but also non-basal slip system. The activity of any non-basal slip system is easier at a higher temperature. The value of the yield stress and hardening may be affected by the activity of non-basal slip systems. In alloys, the yield is influenced by solute atoms. However, the concentration and temperature dependence of the yield stress could be influenced by complex variations of non-basal slip with concentration of solutes and temperature. In polycrystals, grain size (and texture) as well as precipitates, strongly influence the deformation mechanism as a function of temperature. The flow stress decreases with decreasing temperature when grain size is large and the texture is suitable for twinning.

#### 4. Conclusion

Changes in the microstructure of magnesium alloys due to processing as well as heat treatment influence significantly the mechanical properties of these materials. The strength of alloys can be improved with a suitable combination of solid solution hardening, precipitation and dispersion strengthening, and grain size. However, solute atoms may affect the critical resolved shear stress of basal slip in different manner than the critical stress for a non-basal slip system. This is a very strong effect in the strengthening. It is impossible to deduce simple rules describing the influence of solutes and temperature on the yield stress. Up to now it is not clear how to treat the effects of several strengthening mechanisms operating simultaneously.

**Acknowledgments** - Financial support of the Grant Agency of the Czech Republic under Grant 106/99/1717 is acknowledged. P.L. and Z.T. thank also DFG, Germany

#### References

- [1] NUSSBAUM, G. N.- SAINFORT, P.- REGAZZONI, G.- GJESTLAND, H.: Scripta Metall. 23, 1989, s. 1079.
- [2] AUNE, T. Kr.- WESTENGEN, H.: SAE Technical Paper 950424, Detroit 1995.
- [3] AUNE, T. Kr.- WESTENGEN, H.: Magnesium Alloys and Their Applications. Red.: Mordike, B.L., Hehmann, F. DGM Informationsgesellschaft, Oberursel 1992, s. 221.
- [4] SHERBY, O. D.- KLUNDT, R. H.- MILLER, A. K.: Metall. Trans. 8A, 1977, 843.
- [5] MISES von, R.: Z. Angew. Math. Mech. 8, 1928, 161.
- [6] STOHR, J. F.- POIRIER, J.: Phil. Mag. 25, 1972, 1313.
- [7] OBARA, T.- YOSHINAGA, H.- MOROZUMI, S.: Acta Metall. 21, 1973, 845.
- [8] LUKÁČ, P.: Phys. Stat. Solidi (a) 131, 1992, 377.
- [9] CHUN, J. S.- BYRNE, J. G.- BORNEMANN, A.: Phil. Mag. 20, 1969, 291.

Reviewed by: L. Kunz, P. Skočovský

Karol Vasilko \*

# NOVÝ PRÍSTUP K ZLEPŠENIU AKOSTI OBROBENÉHO POVRCHU

## NEW POSSIBILITIES FOR MACHINED SURFACE QUALITY IMPROVEMENTS

Ako je známe, medzi dosahovanou drsnosťou obrobeného povrchu, posuvom a polomerom zaoblenia hrotu platí približný vzťah:  $R_y = f^2/8r_\epsilon$ , ktorý znamená, že pri zväčšovaní posuvu stúpa drsnosť povrchu podľa zákona paraboly. Táto skutočnosť je prekážkou voči zvyšovaniu výrobnosti operácie sústruženia. Naopak, pri zväčšovaní polomeru zaoblenia hrotu hyperbolicky klesá drsnosť povrchu. Preto je potrebné zväčšovať polomery zaoblenia hrotu. Pri veľkých polomeroch však nastáva kmitanie v technologickej sústave. Boli zaznamenané mnohé pokusy na modifikáciu uvedeného vzťahu. Známym je napr. Kolesovov nôž, ktorý má lineárnu vedľajšiu reznú hranu, umiestnenú pod uhlom nastavenia  $0^\circ$ . Autor predkladá originálne riešenie tohto problému, vrátane experimentálneho overenia.

### 1. Úvod

Je známe, že medzi dosahovanou drsnosťou obrobeného povrchu  $R_y$ , posuvom  $f$  a polomerom zaoblenia hrotu noža  $r_\epsilon$  platí približný vzťah:

$$R_y = \frac{f^2}{8r_\epsilon} \quad (1)$$

Tento vzťah udáva, že pri zväčšovaní posuvu prudko rastie drsnosť povrchu podľa zákona paraboly. To je hlavnou prekážkou zvyšovania výrobnosti sústruženia. Naopak, pri zväčšovaní polomeru zaoblenia hrotu noža drsnosť povrchu klesá. Zväčšovaním polomeru zaoblenia však stúpa dĺžka styku reznej hrany s obrobkom a dochádza ku kmitaniu technologickej sústavy. Tento problém riešilo veľa autorov. Napr. Kolesov vytvoril lineárnu vedľajšiu reznú hranu, rovnobežnú s osou obrobku, umiestnenú pod uhlom nastavenia  $0^\circ$ . Autor predkladá originálne riešenie problému, podložené experimentálnymi skúškami.

### 2. Analýza doterajších riešení problému

História zaznamenala viaceré pokusy o modifikáciu vzťahu (1). Jedno z riešení predložili Nestmann a Loos [5] podľa obr. 1. Spočíva vo vybrúsení ďalších rezných hrán, hlavnej  $S$  a vedľajšej

The main relationships governing the machining process include the relationship between the roughness of the machined surface, the feed and the curvature radius of the tool tip expressed by the approximate equation:  $R_y = f^2/8r_\epsilon$ . According to this equation, an increase of the feed increases the capacity of the surface roughness, according to a parabolic law. This fact prevents large increases in the productivity of machining. There are certain reserves in increasing the curvature radius of the tip which is present in the denominator. However, very large increase of the tip diameter increases the length of the cutting edge in engagement and causes vibration of the system. It is therefore necessary to find other solutions. One of them is the so-called Kolesov tool, with a section of the secondary cutting edge with setting angle of  $0^\circ$ . In contrast to these solution, the author proposes an original concept, together with its partial verification.

### 1. Introduction

The main relationships governing the machining process include the relationship between the roughness of the machining surface, the feed and the curvature radius of the tool tip expressed by the approximate equation:

$$R_y = \frac{f^2}{8r_\epsilon} \quad (1)$$

Increase of the feed rapidly increases the surface roughness, according to a parabolic law. This fact prevents large increases in the productivity of machining. There are certain reserves in increasing the curvature radius of the tip which is present in the denominator of Eq. (1). However, a very large increase of the tip diameter increases the length of the cutting edge in engagement and causes vibration of the system. It is therefore necessary to find other solutions. One of them is the Kolesov tool, with a section of the secondary cutting edge with the setting angle of  $0^\circ$ . In contrast to these solutions, the author proposes an original concept, together with its partial verification.

### 2. Analysis of the approaches to solving the problem

The history of the development of machining is characterised by the effort to modify Eq. (1) in such manner as to ensure that

\* Prof. Ing. Karol Vasilko, DrSc.,

Faculty of Production Technologies, Technical University of Košice, with the seat in Prešov,  
e-mail: fvtpo@vadium.sk

$S'$ , ktoré sú rovnobežné s osou obrobnku. Nástroj sa dá použiť pri dokončovacom obrábaní s maximálnou hĺbkou rezu  $a_h$ , podľa obr. 1.

Na obr. 2 je úprava, ktorú navrhol Romgnolo [4].

Riešenie spočíva v pootočení rezných platničiek tak, že uhol nastavenia je veľmi malý. Uhol hrotu  $r_e$  sa blíži k  $180^\circ$ . Drsnosť obrobeného povrchu je definovaná vzťahom:

$$R_y = f \tan \kappa'_r = f k'_k \quad (2)$$

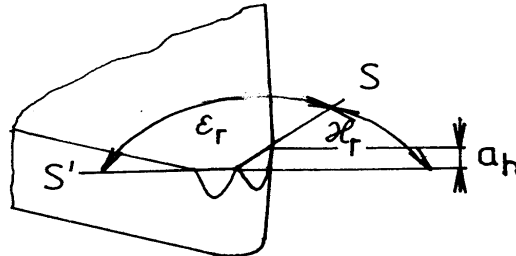
Nástroj je tiež použiteľný na dokončovacie obrábanie s obmedzenou veľkosťou hĺbky rezu  $a_h$ .

Zaujímavé riešenie predložili Escher a Lindl [6]. Je zobrazené na obr. 3. Riešenie spočíva vo vytvorení ďalšieho hrotu, ktorý zarovnáva nerovnosti, vytvorené prvým hrotom. Poloha druhého hrotu je definovaná vzdialenosťou:  $k = nf$ , kde  $n$  je nepárne kladné číslo. Tým sa druhý hrot dostane na miesto najväčšej vyvýšeniny povrchu, vytvorenej prvým klinom (čiarkovaný obrys).

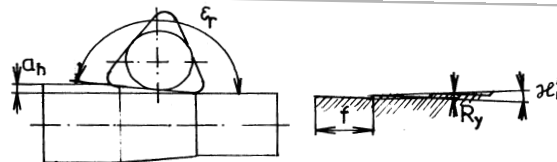
Nevýhodou nástroja je komplikované ostrenie. Súčasne dochádza k nerovnomernému opotrebeniu oboch hrotov.

Eckle a Lochgau [7] riešili modifikáciu vzťahu (1) tak, že zaoblili vedľajšiu reznú hranu do veľkého polomeru  $R$ , podľa obr. 4.

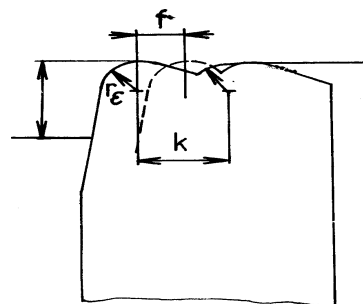
Autori definovali optimálnu veľkosť polomeru  $R = (0,15 - 0,05)L$ . Rovnako v tomto prípade sú problémy s vytvorením presných tvarov jednotlivých hrotov platničky.



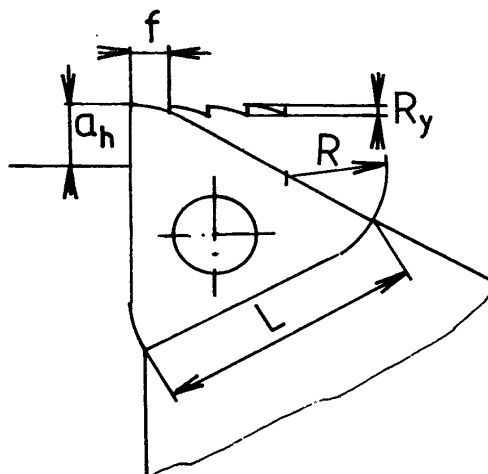
Obr. 1. Jedna z úprav geometrie hrotu noža [5]  
Fig.1 Modification of the tool tip by producing rake areas [5]



Obr. 2. Rezná platnička na dokončovacie obrábanie [4]  
Fig. 2 Cutting tip for finish turning of bars [4]



Obr. 3. Nôž s dvoma hrotmi [6]  
Fig.3 Tool with two tips [6]



Obr. 4. Nôž so zaoblenou vedľajšou reznou hranou [7]  
Fig. 4 Tool with an „arc“ secondary cutting edge [7]

the change of the roughness of the machined surface is marked less under the effect of a change of the feed. Nestmann and Loos [5] proposed to grind two areas, Fig. 1, on the tip of the tool. One area forms, with the tool tip, the main cutting edge  $S$  and the other area the secondary edge  $S'$ , parallel to the axis of the workpiece. This causes a smoothing of the surface and a large reduction of surface roughness. The tool is suitable only for very fine machining with a small depth of cut  $a_h$ .

Figure 2 shows a modification proposed by Romgnolo [4]

It is based on producing a special cutting sheet with six cutting edges. The main and secondary cutting edge ( $S$  and  $S'$ ) form a tip with a large angle  $\epsilon_r$  close to  $180^\circ$ . As before, the secondary cutting edge  $S'$  smooths the machined surface. A shortcoming of both solutions is the need to set accurately the secondary cutting edge in such a manner as to ensure that the secondary setting angle  $\kappa_r$  is equal to zero. Any deviation results in a surface roughness  $R_y$ .

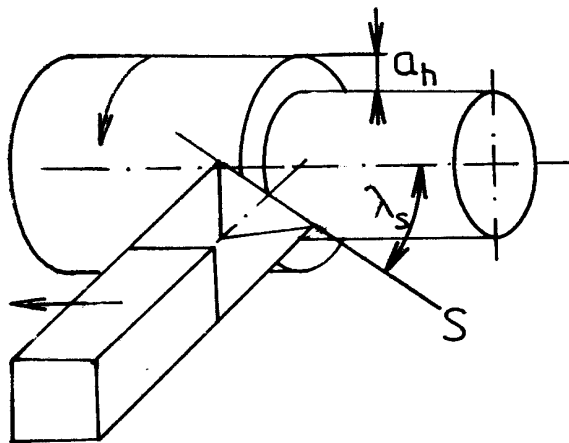
Fig. 2, whose value is set from the relationship:

$$R_y = f \tan \kappa'_r = f k'_k \quad (2)$$

This solution is suitable only for finishing machining with small cutting depths  $a_h$ .

An interesting solution is to form two tips proposed by Escher and Lindl [6]. According to Fig. 3, the main cutting tip is followed by another one, displaced by  $k = nf$ , where  $n$  is an odd integer. The radii of both tips can be identical or different. A condition for a satisfactory result is to set both tips to the same level in relation to the axis workpiece. The position of the second tip  $k$  is selected in such a manner that the second tip smooths the irregularities generated by the first tip (broken line).

The tool can also be used for rough machining. One of the disadvantages is complicated sharpening. According to the authors, to avoid interference of



Obr. 5. Nôž s lineárnou reznou hranou, tangenciálnou  
oproti obrobenej ploche

Fig. 5 A tool with a linear cutting edge not parallel with  
the axis of the workpiece

Ďalším možným riešením je použitie nôža s nekonečným polomerom hrotu, ktorý má geometriu:  $\lambda_s \in (0 - 90^\circ), \kappa_r' = 0^\circ$ , podľa obr. 5 [2], [3].

Nástrojom sa dosahuje veľmi dobrá akosť obrobenej povrchu. Jeho nevýhodou je potreba značného nábehu a výbehu, preto sa dá použiť len pri sústružení priebežných valcových plôch obrobkov.

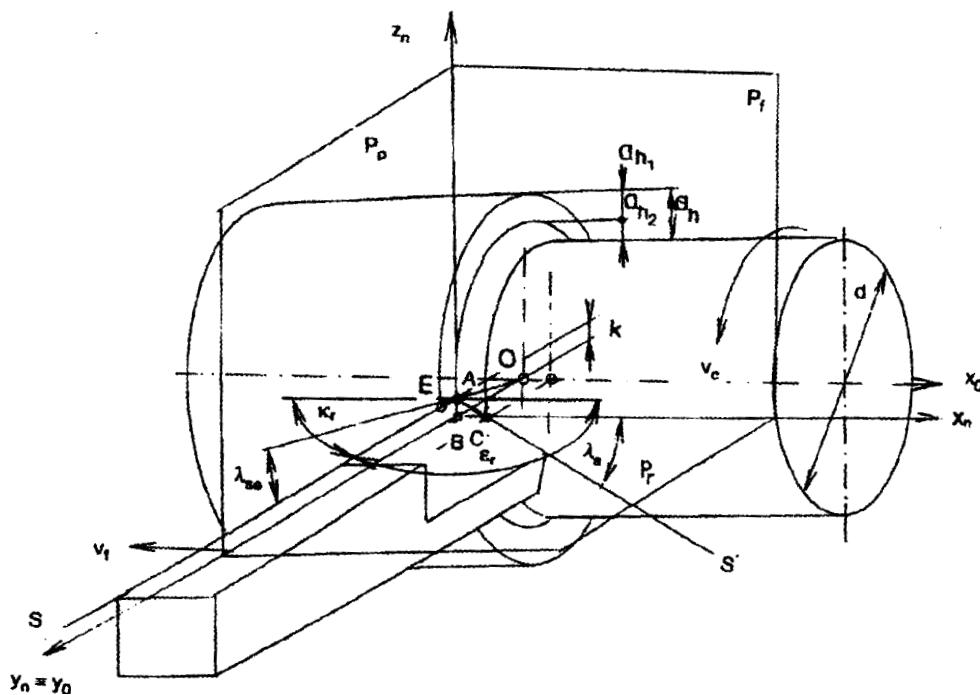
the turnings, the second tip is downwards, below the axis of the workpiece. Ackle and Lochgau [7] used equation (1) in such a manner that on the secondary cutting edge they produced a very high radius  $R$ , Fig.4.

According to these authors, the optimum value is  $R = (0,15 - 0,05)L$ . This solution removes the shortcomings of the previous solutions associated with the setting and can also be used for larger cutting depths. There are a large number of solutions in the literature for tools with the linear cutting edge which is oriented away from the axis of the workpiece with the geometry:  $\lambda_s \in (0 - 90^\circ), \kappa_r' = 0^\circ$  Fig. 5 [2], [3].

Despite the fact that the solution generates a highly suitable relationship between the roughness and the feed, its disadvantage is that it requires a longer run-

on and run-off of the tool and enables only continuous cylindrical surfaces to be machined without a step, and is also suitable for finishing machining.

Taking these solutions into account, investigations were carried out to find further possibilities which would eliminate these disadvantages.



Obr. 6. Navrhovaná geometria nástroja a jeho poloha oproti obrobku

Fig. 6 Geometrical modification of the cutting tool and its setting in relation to the workpiece



### 3. Návrh novej geometrie nástroja

Základnou požiadavkou je, aby nástroj zabezpečoval vysokú výrobnosť operácie a súčasne dobrú akosť obrobeného povrchu. Pri aplikácii nástroja s polomerom hrotu, kde sa drsnosť povrchu riadi vzťahom (1) sa to nedá zabezpečiť. Efektívne riešenie nástroja a jeho poloha k obrodku je na obr. 6.

Podstatou riešenia je úprava rezného nástroja tak, že hrot noža je nad osou obrodku. Hlavná rezná hrana  $S$  odoberá hrubovaciu hĺbku rezu  $ah_1$ . Vedľajšia rezná hrana je umiestnená pod uhlami:  $\kappa_r = 0^\circ$ ,  $\lambda_s \neq 0$ . Táto rezná hrana odoberá dokončovaciu hĺbku rezu  $ah_2$ . Vzájomný pomer medzi hrubovacou a dokončovacou hĺbkou rezu je daný veľkosťou prevýšenia hrotu noža  $k$ . Medzi drsnosťou povrchu a jednotlivými veličinami platí nový vzťah [3]:

$$R_y = \sqrt{\frac{f^2}{4} \operatorname{tg}^2 \lambda_s + r^2} - r \quad (3)$$

### 4. Experimentálna verifikácia teoretických predpokladov

V ďalšom boli vykonané experimentálne skúšky obrábania navrhnutým nožom. Ako obrábaný materiál bola oceľ 12050.5 a titánová zliatina VT 3-1. Cieľom experimentov bolo potvrdenie závislosti (3).

Na obr. 7 je znázornená experimentálna závislosť medzi drsnosťou obrobeného povrchu a posuvom pri obrábaní nožom s polomerom zaoblenia hrotu  $r_e = 1$  mm. Na grafe je aj teoretická krivka, získaná výpočtom podľa vzťahu (1).

Z obr. je zjavné, že experimentálne krivky sledujú charakter teoretickej krivky, hodnoty drsnosti sú však vyššie, pričom viac u ocele ako titánu. Je to dané rozdielnou plasticitou oboch kovových zliatin.

Na obr. 8 sú rovnaké závislosti, získané pri obrábaní nožom podľa obr. 6. Teoretická krivka bola zostrojená podľa vzťahu (3).

Vidno, že absolútne hodnoty drsnosti sú výrazne menšie ako pri obrábaní klasickým nožom.

Ďalšie experimenty boli zamerané na objasnenie funkcie  $R_y = f(\lambda'_s)$ . Výsledok je na obr. 9.

### 3. Proposal of a new tool geometry

The main postulate of the current machining methods is the division of the allowance of the rough and finishing part. Rough machining is carried out with a large feed with a requirement of higher productivity and without any regard to the resultant surface roughness of the workpiece. On the other hand, the finishing operations are characterised by small feeds thus obtaining the required surface quality according to Eq. (1). This is carried out using tools with a larger tip diameter of some of the previously mentioned solutions. The aim of the proposed solution is to combine the rough machining operations. The principle of this solution is shown in Fig. 6.

This proposal is based on the fact that the main cutting edge  $S$  of the cutting tool is normal or inclined in relation to the axis of the workpiece but is directed above the axis of the workpiece and the extent to which the tip  $A$  is extended is denoted  $k$ , the main cutting edge removes the rough machining allowance  $ah_1$ . The secondary cutting edge of the tool  $S'$  is normal to the main cutting edge is not parallel with the axis of the workpiece and is set under the angles:  $\kappa_r = 0^\circ$ ,  $\lambda_s \neq 0$ . This cutting edge removes the finishing cutting depth  $ah$ . The ratio between  $ah_1$  and  $ah_2$  depends on the value of  $k$  and the radius of the workpiece  $r$ . We shall now try to derive the individual relationships

Relationship for the roughness of the machined surface [3]:

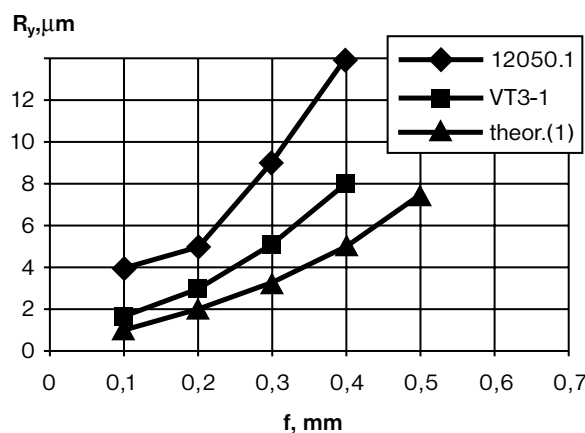
$$R_y = \sqrt{\frac{f^2}{4} \operatorname{tg}^2 \lambda_s + r^2} - r \quad (3)$$

### 4. Experimental verification of theoretical assumptions

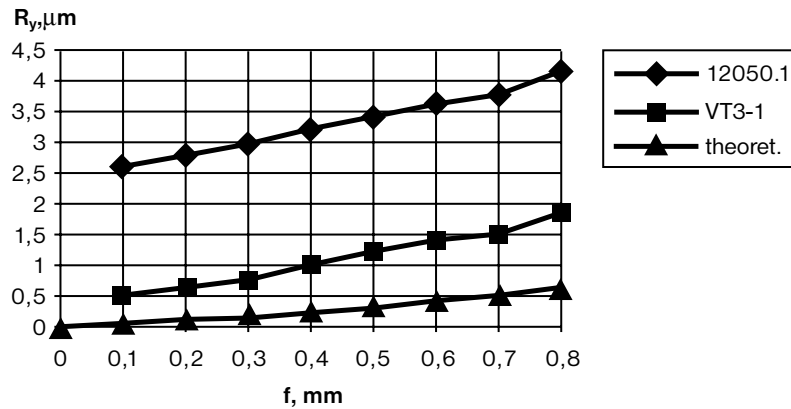
From a practical viewpoint, it is important to know the dependence of  $R$  on the cutting conditions and the angle of inclination of the cutting edge. Therefore, experimental machining tests were carried out. Their aim was mainly to confirm the validity of equation (3). The tests were carried out on two materials with different ductility properties: 12050.1 steel and VT 3-1 titanium allow.

Figure 7 shows the experimental dependence of the roughness of the machined surface on the tool feed for both materials. We used a conventional tool with the tip radius of  $r_e = 1$  mm. It may be seen that dependence corresponds to the theoretical equation (1). The roughness values in the entire range are considerably better in the titanium alloy where the copying of the tool tip on the machined surface is more accurate.

Figure 8 shows a similar dependence obtained in cutting with the tool in Fig.6. Repeated tests obtained scattered values. It may be seen that the results, especially for the steel, differ from the theoretical



Obr. 7. Teoretická a experimentálne krivky závislosti drsnosti povrchu na posuve, pri obrábaní nožom so zaobleným hrotom  
Fig. 7 Theoretical and experimental dependence of the mean arithmetic value of the profile on feed in machining with a tool with a rounded tip



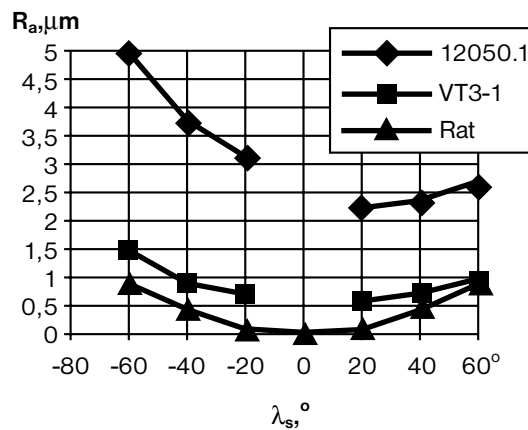
Obr. 8. Teoretická a experimentálne krivky závislosti drsnosti povrchu od posuvu, získané pri obrábaní upraveným nožom  
Fig.8 Theoretical and experimental dependence of the mean arithmetic deviation of the profile on feed in machining with a modified tool

Rovnako tento experiment potvrdil teoretické predpoklady. Treba povedať, že pri uhle nastavenia blízkom nule obrábanie nie je možné, pretože dochádza k styku celej vedľajšej reznej hrany s obrobenou plochou. Pri záporných uhloch nastavenia dochádza ku kmitaniu technologической sústavy. Preto tieto uhly nemožno odporúčať

Nástroj má niektoré ďalšie zvláštnosti. Napr. tým, že dochádza k rozdeleniu prídavku na obrábanie medzi hlavnú a vedľajšiu reznú hranu, dochádza k prirodzenému stáčeniu triesky do skrutkovice. Trieska od hlavnej aj vedľajšej hrany má totiž tendenciu odchádzať vo smere kolmo k reznej hrane. Tým sa pretínajú vektory pohybu triesky. Tvar odchádzajúcej triesky je zrejmy z fotografie obročku, ktorá bola získaná pri zastavení obrábania.



Obr. 10. Fotografia odchádzajúcej triesky  
Fig. 10 Turnings formed on the side of the tool face



Obr. 9. Teoretická a experimentálna závislosť drsnosti obrobeného povrchu od uhla nastavenia vedľajšej reznej hrany, získaná pri obrábaní upraveným nožom

Fig. 9. Theoretical and experimental form of the dependence of the main arithmetic deviation of the profile on the angle of inclination of the cutting edge

assumptions. However, the absolute roughness values are considerably lower in the entire range than in machining with a conventional tool.

Another set of the results was obtained for the second parameter in the equation (3) - the tool angle of inclination of the cutting edge. For this purpose, the tools were sharpened with negative and positive angles (at negative angles the tip of the tool was above the axis of the workpiece).

Fig.9 shows the dependence obtained in machining the steel.

As stated previously, the experimental values are higher than the theoretical values. At negative angles of inclination the roughness values are higher. This can be explained by an unfavourable change of the angles (negative angle of inclination and the face) resulting in oscillation of the system.

Better results were obtained in machining titanium. In the region of feasible positive angles of inclination, the average scatter was only 0.2 μm and the values were close to theoretical.

An interesting experimental dependence is the form of the turnings in relation to the cutting speed. Figure 10 shows a set of turnings obtained at cutting speeds of  $v_c = 140 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$ , machined material steel 12050.1. It may be seen that in accordance with the theoretical assumptions, the turnings are compressed and break up into different length sections, despite the fact that the tool face is flat, without any shaping device. The mechanism of formation of the turnings may be seen partially in Fig.10 which shows the view of the lower side of the turnings (from the side of the tool) interrupting the machining process.

## 5. Záver

Vidno, že nové prístupy k riešeniu geometrie nástroja môžu priniesť pozitívne výsledky, prejavujúce sa na akosti obrobenej plochy. Bol odvodený nový vzťah medzi drsnosťou povrchu a posuvom (3), ktorý umožňuje zvyšovať posuvy, bez výrazného vplyvu na drsnosť obrobenej plochy. Tým, že možno pri použití upraveného noža výrazne zvýšiť posuv, pričom sa dosahuje vyhovujúca drsnosť povrchu, možno výrazne skrátiť strojový čas  $\tau_s$ , a tým zvýšiť výrobnosť operácie sústruženia.

Okrem toho riešenie umožňuje zlúčiť hrubovanie a dokončovanie do jedného pracovného prechodu, čo za predpokladu dostatočnej tuhosti stroja je ďalším prínosom pre výrobnosť operácie.

## Literatúra

- [1] VASILKO, K. et al.: Technológia obrábania a montáže. ALFA Bratislava, 1991, 494 s.
- [2] GILES, C. R et al.: Some power and geometry characteristics of axial skiving. Annals of the CIRP, Vol.30/1/1981
- [3] VASILKO, K.: Characteristics of turning with a tool with a straight cutting edge inclined in relation to axis of the work-piece. Transaction of the Technical University of Košice, 1991, 1, Cambridge, England
- [4] ROMGNOLO, G.: Plaque de coupe amovible pour e crou-tage de barres sur machine sans centre. Francúzsky patent č. 7528886, 12.09.75
- [5] NESTMANN, S. - LOOS, B.: Scheidelement zur spananhebenden Bearbeitung. Patent SRN No. 214645., 27. 07. 89
- [6] ESHER, S. - LINDL, K.: Verfahren und Vorrichtung zur spananhebenden Bearbeitung von Wrkstücken. West German Patent Nr. 2610097, 11.03.76
- [7] ECIDE, O. - LOCHGAU, F.: Triangular indexable cutting plate for lathe tools. US Patent No. 4486127.,19.07.82

Recenzenti: J. Zongor, S. Turek

## 5. Conclusions

The search for new approaches to the geometrical parameters of the tool has resulted in deriving an efficient relationship between the roughness of the machined surface and the feed (3). On the basis of the theoretical and experimental analysis, the examined tool has certain positive characteristics which support its application in practice. The practical importance of the tool is indicated by reducing the machining time. This result is important and enables the productivity of machining to be increased proportionately.

Another important effect is that it is not required to divide the operation into rough machining and finish machining because the resultant surface roughness does not depend on the system. It is possible to obtain the required surface quality in a single passage of the modified tool. For this reason, the tested tool can be referred to as the roughing-smoothing tool.

## References

- [1] VASILKO, K. et al.: Technology of metal cutting and montage. ALFA Bratislava, 1991
- [2] GILES, C. R et al.: Some power and geometry characteristics of axial skiving. Annals of the CIRP, Vol. 30/1/1981
- [3] VASILKO, K.: Characteristics of turning with a tool with a straight cutting edge inclined in relation to axis of the work-piece. Transaction of the Technical University of Košice, 1991, 1, Cambridge, England
- [4] ROMGNOLO, G.: Plaque de coupe amovible pour e crou-tage de barres sur machine sans centre. French Patent No. 7528886.,12.09.75
- [5] NESTMANN, S. - LOOS, B.: Schneidelement zur spananhebenden Bearbeitung. West German Patent No. 214645., 27. 07. 89
- [6] ESHER, S. - LINDL, K.: Verfahren und Vorrichtung zur spananhebenden Bearbeitung von Wrkstücken. West German Patent Nr. 2610097, 11.03.76
- [7] ECIDE, O. - LOCHGAU, F.: Triangular indexable cutting plate for lathe tools. US Patent No. 4486127.,19.07.82

Reviewed by: J. Zongor, S. Turek

Karel Havel \*

# ARCHITEKTÚRA SLOVENSKEHO SYSTÉMU ORGANIZÁCIE LETOVEJ PREVÁDZKY V NADVÄZNOSTI NA EURÓPSKY SYSTÉM

## ARCHITECTURE OF THE SLOVAK AIR TRAFFIC MANAGEMENT SYSTEM IN RELATION TO THE EUROPEAN SYSTEM

*Tento príspevok načrtol v hlavných rysoch celkovú architektúru CNS/ATM, jej jednotlivé zložky a toky medzi nimi (spoločná funkčná architektúra), ako aj ich umiestnenie do organizačných stanovišť (systémová architektúra). Nereprezentuje jej konečný tvar, ale vytvára jej základnú technickú konštrukciu. Je základom pre špecifikačnú prácu pri implementácii systému v rokoch 2001 až 2005 v rámci programu EATCHIP, základom rozpracovania podrobnej architektúry na nižšej úrovni, základom vývoja SATMS v súlade s EATMS a slúži ako informačný zdroj štátu.*

### 1. Úvod

Cieľom tohto príspevku je poskytnúť informácie pre účel harmonizácie a integrácie slovenského systému organizácie letovej prevádzky (SATMS).

Vychádza zo všeobecne platného zistenia, že „... systém letovej prevádzky sa musí postupne integrovať po harmonizácii v prehusených oblastiach“. Na dosiahnutie tohto cieľa bola vyvinutá OASIS (Open ATM System Integration Strategy). Odporúčania správy [1] (najmä 8 a 11) vymedzujú rámec harmonizácie a integrácie.

#### Odporúčanie 8: Spoločná funkčná architektúra

*Vývoj a odsúhlasenie spoločnej ATC funkčnej architektúry by mal vziať do úvahy koncepciu, definovanú a odsúhlasenú ako EATMS (Európsky ATM systém). Naopak, dlhodobá koncepcia EATMS by mala zabezpečiť plynulý prechod z budúcej už existujúcej funkčnej architektúry.*

*Funkčná architektúra by sa mala pravidelne prispôbovať technologickým a prevádzkovým požiadavkám.*

#### Odporúčanie 11: Celková systémová architektúra EATCHIP

*Celková systémová architektúra EATCHIP na európskej úrovni by sa mala definovať za účasti štátov. Mali by sa vypracovať potrebné štúdie podporujúce definovanie a vývoj tejto architektúry. Táto architektúra by sa mala prispôbovať technologickým a prevádzkovým požiadavkám.*

*This paper outlines an overall CNS/ATM architecture, its components flow between (common functional architecture) and functional blocks allocation to the organisational units (system architecture). It does not represent the final architecture but defines the technical framework for the harmonisation and integration efforts. It is the baseline for the specification work for implementation in 2001-2005 in the framework of the EATCHIP Work Programme, serves as an information source for local planning actions by the national administration, serves, at a lower level of decomposition, as a framework for detailed architecture work, and is a baseline for the SATMS development.*

### 1. Introduction

The goal of this paper is to provide information for the harmonisation and integration of the Slovak Air Traffic Management System [SATMS].

The paper is based on the generally valid fact that „the Air Traffic Management System has to be progressively integrated after being harmonised in high density areas“. To reach that goal, the Open ATM System Integration Strategy [OASIS] was developed. OASIS report recommendations [1] provide a common technical framework for harmonisation and integration.

#### Recommendation 8: Common functional architecture

*The common ATC functional architecture should be developed and agreed, taking into account the future European ATM System (EATMS) operational concept as it is defined and agreed. Conversely, the application of the long-term EATMS concept should take into account the need for a smooth transition from the existing functional architecture.*

*The functional architecture should be regularly adapted to follow the evolution of both technology and operational requirements.*

#### Recommendation 11: Overall EATCHIP system architecture

*The overall EATCHIP system architecture at the European level should be defined with the participation of States. Studies necessary to support the definition and development of this architecture should be undertaken. This architecture should be adapted regularly in order to follow the evolution of technology and of operational requirements.*

\* Prof. Ing. Karel Havel, CSc.

Department of Air Transport, Faculty of Operation and Economics of Transport and Communications, University of Žilina, 01026 Žilina, Slovak Republic, e-mail: havel@fpedas.utc.sk

Celková architektúra CNS/ATM a vývoj SATMS sú v značnej miere založené na existujúcich systémoch.

Dlhý čas plánovania, vyvíjania a inštalácie systémov CNS/ATM vyvoláva potrebu evolučného prístupu, tzn. postupu, v ktorom sa EATCHIP špecifikácie a štandardy postupne zavádzajú do existujúcich systémov. Preto aj SATMS sa bude počas svojho vývoja postupne prispôbovať novým štandardom a postupom.

Postupná harmonizácia a integrácia sa odzrkadľuje v cieľoch ECAC referenčných úrovni [5]. Požaduje sa vysoký stupeň interoperability medzi SATMS a systémami ostatných štátov ECAC. Systémová architektúra CNS/ATM bude poskytovať technickú štruktúru pre špecifikačnú a štandardizačnú prácu EATCHIP a najmä pre aspekty interoperability. Dlhodobjším cieľom je vyvinúť distribuovanú architektúru umožňujúcu dynamickú distribúciu dát, funkcií a zodpovedností medzi spolupracujúcimi systémami.

Tento koncepčný materiál vychádza hlavne z Operational Concept Document for EATCHIP Phase III System Generation [4] a z Reference Levels for the ATM DPS Domain [5] a má poskytnúť všetkým zložkám, ktoré sa budú priamo alebo nepriamo podieľať na konečnom projekte architektúry, možnosť včasného ovplyvnenia jej vývoja.

EUROCONTROL má za úlohu koordinovať vývoj systému CNS/ATM obsluhujúceho oblasť ECAC, Slovensko zodpovedá za vývoj svojich systémov, ktoré sú podsystemy celkového systému CNS/ATM. Preto aj Slovenská republika je projektantom svojho systému (SATMS) a zodpovedá za svoj príspevok k projektu CNS/ATM architektúry.

Vývoj celkovej architektúry CNS/ATM sa chápe ako prostriedok zaistenia požadovanej celkovej integrity systémov. Zaisťujú konštrukčnú integritu a kompatibilitu rozhraní rôznych zložiek európskeho systému CNS/ATM, ako je to špecifikované v konkrétnych projektoch EATCHIP.

Vývojové projekty v rámci EATCHIP sú vypracované vo vertikálnych oblastiach (napr. komunikácia, sledovanie, navigácia, spracovanie dát, usporiadanie vzdušného priestoru...). Tieto projekty sa musia pri vývoji celkovej systémovej architektúry stať jeho súčasťou (ako vstupy). Výstup, teda celková systémová architektúra sa skontroluje s EATCHIP projektmi, čo tiež zahŕňa vypracovanie odporúčaní racionalizujúcich projekty.

Slovenská republika má vypracovaný vlastný projekt implementácie [2] (v súčasnosti je vypracované vydanie 3.1) na splnenie cieľov CIP zodpovedajúci uvažovanému harmonogramu implementácie. Vývoj celkovej systémovej architektúry musí byť použitý (ako vstupy), na požadovanej úrovni abstrakcie, už odsúhlasené ciele CIP (a s nimi spojené referenčné úrovne ECAC) a už implementovanú architektúru.

Táto práca je základnou predlohou, podľa ktorej SR môže porovnať svoj súčasný systém a plány vývoja, aby dosiahla splnenie spoločných cieľov ECAC.

## 2. Rozsah a obsah CNS/ATM

Rozsah a obsah systému CNS/ATM stanovuje interakcie s externými zložkami, jeho hranice a služby poskytované (alebo vyžadované) externými zložkami.

The overall CNS/ATM architecture is based to a large extent on what is available today. The long lead time for planning, developing and installing CNS/ATM systems points to the need for an evolutionary approach, i.e. an approach in which EATCHIP specifications and standards are gradually introduced in existing systems.

The "Overall CNS/ATM Architecture for EATCHIP" document defines the technical framework for the harmonisation and integration efforts in the context of EATCHIP.

Progressive harmonisation and integration are reflected in the evolution of the objectives and content of the ECAC reference levels [5]. A greater degree of interoperability between systems of the ECAC member states is required. The CNS/ATM system architecture will provide a technical framework for the EATCHIP specification and standardisation work and, in particular, for the interoperability aspects. In the longer term, the goal is to develop a distributed architecture which will permit the dynamic distribution of data, function and responsibility between co-operating systems.

This paper is based on the research done under grant 1/5235/98 "The Future Slovak Air Traffic Management System", on document „Operational Concept Document for EATCHIP Phase III System Generation [4] and on document Reference Levels for the ATM DPS Domain [5] and is intended to give all parties which, directly or indirectly, will be concerned with the final architecture design an early opportunity to influence the development direction.

EUROCONTROL is tasked to coordinate the development of the overall CNS/ATM system serving the ECAC area, Slovakia carries the responsibility for the development of national systems which are subsystems of the overall CNS/ATM system. Therefore, Slovakia is the design authority for its national system and is responsible for its contribution to the CNS/ATM architecture work.

The overall CNS/ATM architecture development is recognised as the means to ensure the overall system integrity required. It will ensure the design integrity and the interface compatibility of the various components of the European CNS/ATM system as specified within the EATCHIP projects concerned.

Under EATCHIP, development projects are undertaken in the vertical domains (e.g. surveillance, communications, navigation, data processing, airspace management, aeronautical information service, ...). They have to be considered (as inputs) when developing the overall system architecture. The output, the overall system architecture itself, will be validated against the EATCHIP projects concerned; this also implies the production of relevant recommendations in view of rationalizing these projects.

The Slovak Republic has an implementation project [2] to fulfil the CIP objectives (at present Edition 3.1 exists) agreed along the implementation timescale considered. The development of the overall system architecture has to take into account (as inputs), at the level of abstraction required, the CIP objectives as already agreed (and the associated ECAC Reference Level documents) and the architecture as already implemented by Slovakia.

The design is intended to be a practical template against which Slovakia may map their current system and development plans in order to achieve alignment toward common EATCHIP goals.

Definícia rozsahu a obsahu je veľmi dôležitá:

- z dôvodu integrácie EATCHIP (užívateľ by mal systém považovať za jedného poskytovateľa),
- ostatné smery vývoja architektúry musia byť a musia sa vyvíjať v súlade s rozsahom a obsahom.

#### Rozsah CNS/ATM

Jedným zámerom OASIS [1] bola integrácia ATC systémov v širšej perspektíve, zahŕňujúca celý ATM systém vrátane AFTM (CFMU), ATC, ASM a CNS infraštruktúry a vzťahy s AIS a meteorologickými službami.

Podľa EATMS CSD [3] sa CNS/ATM skladá z: ATM, CNS a leteckého environmentálneho systému.

#### ATM

Organizácia letovej prevádzky (ATM) sa skladá z pozemnej časti (pozemná základňa ATM) a palubnej časti (palubná ATM, napr. FMS, TCAS...), ktoré sú obidve potrebné na zaistenie bezpečného a efektívneho pohybu lietadiel vo všetkých fázach prevádzky.

Základnou zložkou pozemnej časti ATM je letová prevádzková služba (ATS) a jej doplnujúce zložky sú usporiadanie vzdušného priestoru (ASM) a organizácia toku letovej prevádzky (ATFM). Pretože ATM systém pre roky 2001-2005 musí pripraviť prechod k EATMS, palubná časť ATM sa považuje za časť súčasnej CNS/ATM. Funkcie ATM zahŕňujú všetky funkcie existujúcich ATM systémov a funkcie vyplývajúce z budúceho vývoja.

#### CNS

CNS tvorí infraštruktúru komunikácie (C), navigácie (N) a sledovania (S) pre ATM.

#### Systém AIS a meteorologických dát

Je systém podporujúci ATM spracovaním a aktualizáciou meteorologických dát a dát AIS.

#### Ďalšie systémy pre podporu ANS

Ďalšími systémami sa rozumejú AIS a poskytovatelia meteorologických informácií.

Rozlišujeme medzi:

- externými AIS a poskytovateľmi meteorologických služieb,
- budúcimi centralizovanými meteorologickými a AIS systémami,
- miestnym AIS a meteorologickým systémom v ATC strediskách.

### 3. Spoločná funkčná architektúra

Funkčný blok je logická skupina funkcií systému pracujúca s určitými vstupnými dátami, aby vytvorila určité výstupy.

Funkčná architektúra definuje sériu funkčných blokov (komponentov) a výmenu informácií (udalostí alebo dát) medzi funkčnými blokmi.

Funkčné bloky zahŕňujú aj centrálnu a národnú funkciu. Ich distribúcia sa môže časom zmeniť.

Diagram funkčných blokov zahŕňa komponenty logickej aplikácie a komponenty infraštruktúry (služieb).

### 2. Scope and context of the CNS/ATM

The scope and context defines:

- the external entities interacting with the overall system and,
- its boundaries and the services given to (or required from) the external entities.

The definition of the scope and context is very important because of:

- the integration objective of EATCHIP (the user should the system as only one entity) and,
- any other architecture viewpoint will have to adhere to and will be developed in accordance with the scope and context.

#### Scope and context of the CNS/ATM

One conclusion of the OASIS report [1] was to consider ATC systems integration in a wider perspective, encompassing the whole ATM system including ATFM, ATC, ASM, the CNS infrastructure as well as the relation with AIS and MET services.

According to the EATMS CSD [3] the CNS/ATM system consists of: ATM, CNS, aeronautical environment system.

#### ATM

Air traffic management consists of a ground part (ground based ATM) and an airborne part (airborne ATM, e.g. FMS, TCAS,...), where both are needed to ensure a safe and efficient movement of aircraft during all phases of operations.

The primary component of ground based ATM is Air traffic Service (ATS) and its adjacent components are Airspace Management (ASM) and Air Traffic Flow Management (ATFM).

Insofar as the ATM system being considered for the years 2001 - 2005 and having to prepare the transition to EATMS, the ATM airborne component is considered part of the current CNS/ATM scope. The ATM functions include all those of current ATM systems as well as functions under development which are expected to be available during the considered implementation timeframe.

#### CNS

Communications (C), Navigation (N), Surveillance (S) create infrastructure dedicated to ATM.

#### Aeronautical Environment System

A supporting system to ATM related to the retrieval and updating of AIS and MET data.

#### Other ANS supporting systems

Other systems have been understood as AIS and MET information providers. A distinction is made between:

- external AIS and weather services providers
- future centralised MET and AIS systems
- local AIS and MET subsystem in the ATC centre.

### 3. Common functional architecture

The functional block is a logical group of system functions performed on a certain input data in order to produce certain results.

Súčasne existuje stupeň prekrytia medzi palubnou časťou ATM, sledovacími a navigačnými blokmi, čo by malo byť predmetom ďalšieho skúmania.

#### Proces modelovania

Princípy modelácie použité na vývoj funkčnej architektúry sú štandardné metódy:

- reprezentácia systému ako množiny stavebných blokov systému,
- rozdelenie systému do stavebných blokov majúcich jasne definované hranice,
- zaistenie funkčnej (a dátovej) nezávislosti medzi každým blokom,
- definovanie pravidiel, podľa ktorých sú bloky spájajúce,
- následné rozdelenie každého bloku do úrovne, v ktorej sa subkomponent považuje za nezávisle inštalovanú alebo vyvinutú zložku na umožnenie mapovania existujúceho fyzického systému alebo stanovišť.

Nižšie úrovne rozdelenia vznikli metodikou zhora-dolu v rámci domén. Každá špecifická architektúra domény (sledovanie, navigácia, komunikácia...) sa použila na revíziu a konsolidáciu celkovej funkčnej architektúry.

#### Predpoklady

- Toky môžu byť iniciované manuálne, poloautomaticky alebo plnoautomaticky.
- Automatizácia tokov môže byť závislá od úrovne požadovanej výkonnosti.
- Automatizácia môže byť časovo závislá.
- Rozhrania s komunikačnou infraštruktúrou budú definované sériou protokolov (úrovne mimo funkčnej architektúry), ako časť špecifickej architektúry domény.

#### CNS/ATM funkčná architektúra

Prehľad funkčnej architektúry je znázornený v dvoch diagramoch, ako séria funkčných blokov spojených tokmi dát.

Architektúra by mala predstavovať optimálne rozmiestnenie funkcií založené na analýze projektovaných funkčných požiadaviek k roku 2005 a v tejto fáze je zameraná na automatizované toky, alebo na tie, ktoré je možno podľa referenčných úrovní ECAC automatizovať.

#### Funkčné bloky

Hlavnými funkčnými blokmi CNS/ATM systému sú:

- palubné časti ATM,
- spracovanie leteckých dát,
- organizácia toku letovej prevádzky,
- sledovanie,
- spracovanie letových dát,
- nástroje podporujúce ATC,
- komunikácia,
- navigácia,
- podpora CNS/ATM,
- usporiadanie vzdušného priestoru.

Treba zdôrazniť, že okrem externých tokov je umiestnenie a spojenie funkčných blokov len návodom.

The functional architecture defines a series of functional blocks and the exchange of information (events and/or data) between the functional blocks.

Functional blocks cover both central/regional and national functions. Their distributions may change over time.

The functional block diagram covers both logical application components and infrastructure (services) components.

There is currently a degree of overlap between the airborne ATM component, surveillance and navigation blocks which should be resolved later.

#### Modelling process

The modelling principles used to develop the functional architecture are the standard methods of:

- representing the system as a set of building blocks of the system,
- dividing the system into building blocks that have very clearly defined boundaries,
- ensuring functional (and data) independence between each block,
- defining the rules by which the blocks are interconnected,
- using a process of successive decomposition of each block to the level at which the sub-component could be considered as an independently installed or developed entity to allow mapping on existing physical systems/units.

Lower levels of decomposition have been produced as DOMAIN specific architectures (top-down). Each Domain specific architecture has been used to review and consolidate the overall CNS/ATM functional architecture diagram (bottom-up).

#### Assumptions

- flows may be manually initiated, semi-automated or automated,
- the automation of flows may be dependent upon the performance level.
- the automation of flows may be timeframe dependent
- interfaces to the communications infrastructure will be defined as a series of profiles (at a level beyond functional architecture) as part of the domain specific architecture.

#### The Functional view

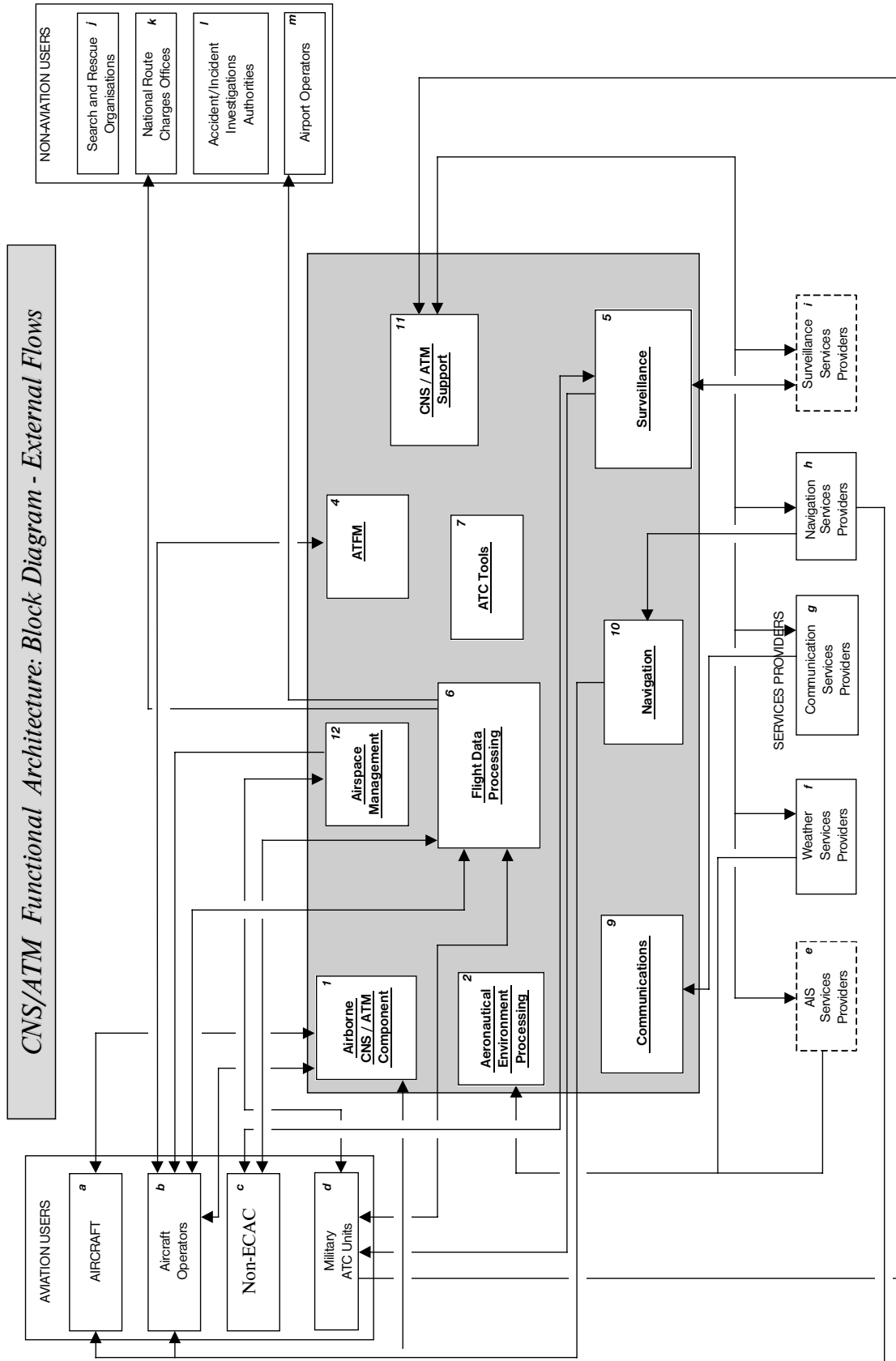
The functional architecture presented in the two following diagrams is a high level functional decomposition of the overall CNS/ATM system into a logical set of functional blocks as well as their interfaces (between functional blocks and with external entities).

Based upon the analysis conducted of the projected functional requirements through to the year 2005, it is intended to represent an optimal placement of functions. At this stage, the focus is on automated flows, or those that according to the ECAC reference levels have the potential to be automated in the future.

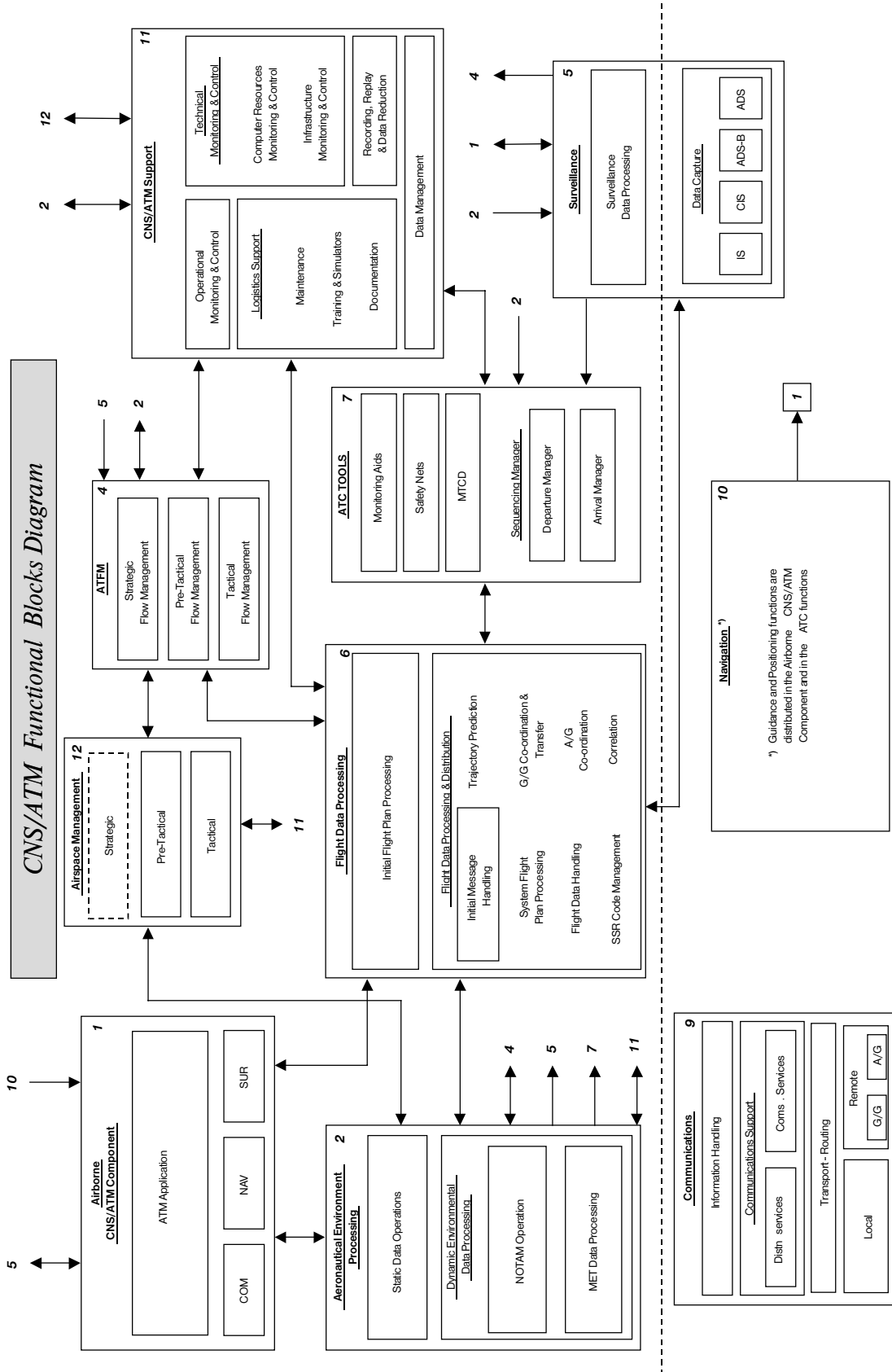
#### Functional Blocks

The main functional blocks of the CNS/ATM system are those identified below:

- Airborne CNS/ ATM Component,
- Aeronautical Environment Processing,
- Air Traffic Flow Management,
- Surveillance,







#### 4. Systémová architektúra

Systémová architektúra EATCHIP umiestňuje funkčné bloky alebo zložky blokov do organizovaných stanovišť. Definície stanovišť relevantných v kontexte s CNS/ATM sú v nasledujúcej časti. Príspevok popisuje len vysokoúrovňové umiestnenie funkcie do stanovišta a neposkytuje nízkoúrovňové rozdelenie (inžinierske hľadisko).

##### Identifikácia organizačných stanovišť

Stanovišta sú založené na štandardných definíciách ICAO. Definície tiež využívajú slovník EATMS (IETF/DP/0043-EATMS Common System Analysis Model and Terminology Compendium).

##### Z ICAO definícií

Organizácia letovej prevádzky (ATM) sa skladá z pozemnej časti a palubnej časti, ktoré obidve sú potrebné na zaistenie bezpečného a efektívneho pohybu lietadiel počas všetkých fáz prevádzky.

Základnou zložkou pozemnej ATM je letová prevádzková služba (ATS) a doplnujúce zložky sú usporiadanie vzdušného priestoru (ASM) a organizácia toku letovej prevádzky (ATFM).

ATS je všeobecný výraz zahrňujúci letovú informačnú službu (FIS), pohotovostnú službu, letovú poradnú službu, službu riadenia letovej prevádzky (ATC), ktorá sa delí na oblastnú službu riadenia, približovaciu službu riadenia alebo letiskovú službu riadenia.

Stanovište ATS - všeobecný výraz zahrňujúci stanovište ATC, letové informačné stredisko (FIC) a ohlasovňu letových prevádzkových služieb (ARO).

Stanovište riadenia letovej prevádzky - všeobecný výraz zahrňujúci oblastné stredisko riadenia (ACC), približovacie stanovište riadenia (APP), letiskovú riadiacu vežu (TWR)

##### Zo slovníka EATMS definícií

Slovník EATMS obsahuje definície systémov vzťahujúcich sa na ďalšie dve zložky ATM: ATFM a ASM:

- Systém ATFM v oblasti ECAC tvoria Centrálné výkonné stanovište-západ (ktoré odpovedá CFMU), pracoviská organizácie toku letovej prevádzky (FMP) na oblastných strediskách riadenia.
- Systém ASM obsahuje pracovisko usporiadania vzdušného priestoru (AMC), server dát vzdušného priestoru, ktorý zabezpečí funkciu centralizovaného spracovania dát vzdušného priestoru integrovanú do CFMU.
- Stanovišta prvotného spracovania letového plánu (IFPU) zriadené pre racionálny príjem, prvotné spracovanie a distribúciu dát letového plánu pre oblasť ECAC.

##### Ďalšie identifikované stanovišta

Vzťahujú sa k zariadeniam požadovaným k poskytovaniu ďalších identifikovaných služieb pre CNS/ATM systém.

- AIS, ktorá by mohla byť vykonávaná centralizovaným európskym stanovišťom AIS a miestnymi stanovišťami AIS.

- Flight Data Processing,
- ATC supporting tools,
- Communications,
- Navigation,
- CNS/ATM Support,
- Airspace Management.

It is stressed that apart from the external flows, the positioning of functions and flows between functional blocks should be seen as guidance.

#### 4. System architecture

The EATCHIP System Architecture allocates the functional blocks or elements of the blocks to organisational Units. The definitions of those that are relevant to the CNS/ATM context are given below. The document describes at this stage only the high level allocation of function to Unit and does not provide a lower (engineering viewpoint) decomposition.

##### Identification of Organisational Units

The Organisational Units are based upon the ICAO standard definitions where these are applicable. Definitions make also reference to the EATMS glossary (ref.: IETF/DP/0043 - EATMS Common System Analysis and Terminology Compendium).

##### From ICAO Definitions

Air Traffic Management (ATM) consist of a ground part (Ground-Based ATM) and an air part (Airborne ATM), where both are needed to ensure a safe and efficient movement of aircraft during all phases of operations.

The primary component of Ground-Based ATM is Air Traffic Service (ATS), and the adjunct component are Airspace Management (ASM) and Air Traffic Flow Management (ATFM).

ATS is a generic term meaning variously, flight information service (FIS), alerting service, air traffic advisory service, air traffic control (ATC) service (area control service, approach control service or aerodrome control service).

ATS unit is a generic term meaning variously: Air Traffic Control unit, Flight Information Centre or Air traffic Services Reporting Office.

Air Traffic Control unit is a generic term meaning variously: Area Control Centre (ACC), Approach Control Office (APP) or, Aerodrome Control Tower (TWR).

##### From EATMS Glossary definitions

The EATMS glossary includes definitions for the systems related to the two other components of ATM: ATFM and ASM. Some interpretations of these definitions have been made:

- The ATFM system within the ECAC area consists of: the Central Executive Unit West (which corresponds to the CFMU), Flow Management Positions (FMP) in the ACCs.
- The ASM system includes: Airspace Management cells (AMC), Airspace Data server: this server has been considered as the Centralised Airspace Data processing function, which will be integrated within the CFMU.
- The Initial Flight Plan processing Units (IFPU) established to rationalise reception, initial processing and distribution of flight plan data for the ECAC area.



- Meteorologická služba, ktorá bude vykonávaná lokálne, miestnymi stanovišťami meteorologickej služby.
- CNS, ktorý bude poskytovaný príslušnými infraštruktúrami.

#### Distribúcia funkcií stanovišťami

V nasledujúcej tabuľke sú stanovišťa majúce primárnu úlohu v zabezpečení jednotlivých funkcií označené veľkým X. Tie, ktoré majú druhotnú alebo podpornú úlohu sú označené malým x.

V niektorých prípadoch má zodpovednosť alebo úlohu zabezpečiť jednotlivú funkciu viac stanovišť. Nie vždy má na starosti jednu funkciu jedno stanovište.

## 5. Záver

Tento príspevok načrtol v hlavných rysoch celkovú architektúru CNS/ATM, jej jednotlivé zložky (funkčné bloky) a toky medzi nimi (spoločná funkčná architektúra), ako aj ich umiestnenie do organizačných stanovišť (systémová architektúra).

Nereprezentuje jej konečný tvar, ale vytvára jej základnú technickú konštrukciu. Konečný projekt bude obsahovať všeobecnú architektúru celkového CNS/ATM systému obsluhujúceho oblasť ECAC a bude:

- základom pre špecifikačnú prácu pri implementácii systému v rokoch 2001 až 2005 v rámci programu EATCHIP,
- základom určenia cieľov (vo všetkých oblastiach a v súlade s harmonogramom implementácie), ktoré sa musia splniť v rámci programu konvergencie a implementácie (CIP),
- slúžiť ako informačný zdroj RLP SR,
- základom rozpracovania podrobnej architektúry na nižšej úrovni,
- základom vývoja SATMS v súlade s EATMS.

Samozrejme, že vývoj a čas úplnej implementácie SATMS bude závisieť predovšetkým od úrovne súčasného systému a od schopnosti spĺňať ciele SATMS vypracované na princípoch ICAO CNS/ATM. Avšak celková architektúra CNS/ATM systému definuje smer resp. technickú konštrukciu, ku ktorej by sa mal SATMS čo najviac priblížiť. Tým by sa splnili podmienky kompatibility a interoperability SATMS so systémami ostatných štátov ECAC, čo umožňuje harmonizáciu a integráciu systémov ATM v oblasti ECAC.

#### Skratky

ACC	Oblasťné stredisko riadenia letovej prevádzky
ADS	Automatické závislé sledovanie
ADS-B	Automatické závislé sledovanie-rozhlasové
AIC	Letecký obežník
AIS	Letecká informačná služba
AMC	Pracovisko usporiadania vzdušného priestoru
ANS	Letecké navigačné služby
APP	Približovacie stanovište riadenia letovej prevádzky
ARO	Ohlasovňa letových prevádzkových služieb
ASM	Usporiadanie vzdušného priestoru

#### Other identified Units

They are related to the facilities required to provide the other services identified for the CNS/ATM system:

- AIS which could be performed by a centralised European AIS unit and by local AIS units,
- METEO which will be performed locally by a local MET unit,
- CNS which will be provided by the respective infrastructures.

#### Distribution of functions to Units

In the table below, the Units that have the primary role in provision of the particular function are identified by an upper case X. Those who have a secondary or supportive role are identified by a lower case x.

In some cases more than one Unit has a role or responsibility to carry out a particular function. There is not always a one-to-one mapping.

## 5. Conclusion

This paper outlines an overall CNS/ATM architecture, its components (functional blocks), flows between (common functional architecture) and functional blocks allocation to the organisational units (system architecture). It does not represent the final architecture but defines the technical framework for the harmonisation and integration efforts. The final project will contain generic architecture of the overall CNS/ATM system serving the ECAC area and it:

- is the baseline for the specification work for implementation in 2001-2005 in the framework of the EATCHIP Work Programme;
- is the baseline for defining consistent objectives (across domains and along the implementation time scale) which have to be met in the framework of the Convergence & Implementation Programme (CIP);
- serves as an information source for local planning actions by the Slovak ATMO;
- serves, at a lower level of decomposition, as a framework for detailed architecture work;
- is a baseline for the SATMS development.

It is clear that development and timescale of SATMS implementation will depend on the present system level and on the capability to fulfil SATMS objectives based on ICAO CNS/ATM principles. However, the overall CNS/ATM architecture defines trends or the technical framework which SATMS should maximally follow. Through that, SATMS would satisfy conditions of interoperability and compatibility with other ECAC states systems which allows harmonisation and integration of ATM system in the ECAC area.

#### Acronyms

ACC	Area Control Centre
ADS	Automatic Dependent Surveillance
ADS-B	Automatic Dependent Surveillance-Broadcast
AIC	Aeronautical Information Circular
AIS	Aeronautical Information Service
AMC	Airspace Management Cell

ATC	Riadenie letovej prevádzky
ATFM	Organizácia toku letovej prevádzky
A/G	lietadlo-zem
ATM	Organizácia letovej prevádzky
ATS	Letové prevádzkové služby
CFMU	Centrálne stanovište organizácie toku letovej prevádzky
CIP	Konvergentný a implementačný program
CIS	Kooperatívne závislé sledovanie
CNS	Komunikácia, navigácia a sledovanie
EATCHIP	Program harmonizácie a integrácie európskeho riadenia letovej prevádzky
EATMS	Európsky systém organizácie letovej prevádzky
ECAC	Európska konferencia civilného letectva
ESDP	Spracovanie statických dát prostredia
EUROCONTROL	Európska organizácia pre bezpečnosť leteckej prevádzky
FDPD	Spracovanie a distribúcia letových dát
FMP	Pracovisko usporiadania toku letovej prevádzky
FMS	Systém manažmentu letu
FIC	Letové informačné stredisko
G/G	Zem-zem
IFPP	Prvotné spracovanie letového plánu
IFPU	Stanovište prvotného spracovania letového plánu
ICAO	Medzinárodná organizácia civilného letectva
IS	Nezávislé sledovanie
MET	Meteorológia
MTCD	Strednodobá detekcia konfliktu
NAV	Navigácia
OASIS	Open ATM System Integration Strategy
SATMS	Slovenský systém ATM
STRAT	Strategický systém ATFM
SUR	Sledovanie ATFM
TACT	Taktický systém
TCAS	Traffic alert Collision Avoidance System
TWR	Letisková riadiaca veža

## Literatúra

- [1] OASIS: Open ATC System Integration Strategy report - Eurocontrol, Brussels, 1992
- [2] HAVEL, K. a kol. Convergence and Implementation Programme, The Slovak Republic, Edition 1-1994, Eurocontrol, Brusel, 1995
- [3] ECAC Context and Scope Document (CSD) - FCO. ET1. ST02. DEL02, Eurocontrol, Brussels, 1995
- [4] OCD: Operational Concept Document for EATCHIP Phase III System Generation - OPR. ET1. ST02. 1000 - OCD-01-00, Eurocontrol, Brussels, 1995
- [5] Reference Levels for the ATM DPS Domain - DPS. ET1. ST02. 1000-REP-01-00, Eurocontrol, Brusels, 1995

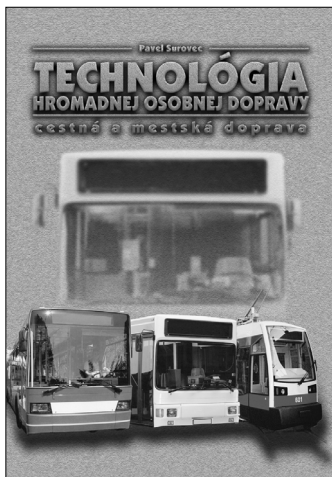
Recenzenti: L. Kulčák, D. Bonda

ANS	Air Navigation Services
APP	Approach control office
ARO	ATS Reporting Office
ASM	Airspace Management
ATC	Air Traffic Control
ATFM	Air Traffic Flow Management
A/G	Air-ground
ATM	Air Traffic Management
ATS	Air Traffic Services
CFMU	Central Flow Management Unit
CIP	Convergence & Implementation Programme
CIS	Co-operative Independent Surveillance
CNS	Communication, Navigation and Surveillance
EATCHIP	European Air Traffic Control Harmonisation and Integration Programme
EATMS	European Air Traffic Management System
ECAC	European Civil Aviation Conference
EUROCONTROL	European Organisation for the Safety of Air Navigation
FDPD	Flight Data Processing and Distribution
FMP	Flight Management Position
FMS	Flight Management System
FIC	Flight Information Centre
G/G	Ground-ground
ICAO	International Civil Aviation Organisation
IFPP	Initial Flight Plan Processing
IFPU	IFPP Unit
IS	Independent Surveillance
MET	Meteorology
MTCD	Medium Term Conflict Detection
NAV	Navigation
OASIS	Open ATM System Integration Strategy
SATMS	Slovak ATM
STRAT	Strategical ATFM System
TACT	Tactical ATFM System
TCAS	Traffic alert Collision Avoidance System
TWR	Aerodrome Control Tower

## References

- [1] OASIS: Open ATC System Integration Strategy report - Eurocontrol, Brussels, 1992
- [2] HAVEL, K. at al. Convergence and Implementation Programme, The Slovak Republic, Edition 1-1994, Eurocontrol, Brusel, 1995
- [3] ECAC Context and Scope Document (CSD) - FCO. ET1. ST02. DEL02, Eurocontrol, Brussels, 1995
- [4] OCD: Operational Concept Document for EATCHIP Phase III System Generation - OPR. ET1. ST02. 1000 - OCD-01-00, Eurocontrol, Brussels, 1995
- [5] Reference Levels for the ATM DPS Domain - DPS. ET1. ST02. 1000-REP-01-00, Eurocontrol, Brusels, 1995

Reviewed by: L. Kulčák, D. Bonda



## Technológia hromadnej osobnej dopravy

Na konci roku 1998 vydalo EDIS - vydavateľstvo Žilinskej univerzity monografiu **doc. Ing. Pavla Surovca, CSc.** pod názvom: **Technológia hromadnej osobnej dopravy**, ktorá je výsledkom dlhodobej praktickej, teoretickej a vedeckovýskunnej činnosti autora na Katedre cestnej a mestskej dopravy.

Autor systémovo pristupuje k problematike hromadnej osobnej dopravy. Dôraz kladie na riešenie dopravných problémov vo svojich vnútorných a vonkajších súvislostiach. Technológia hromadnej osobnej dopravy sa prispôbuje veľkosti mesta a oblasti, v ktorej zabezpečuje prepravu osôb jeden alebo viacero dopravných systémov. Je mimoriadne žiaduce, aby rozvoj každého z týchto systémov bol v súlade s potrebami obyvateľov, s ich životným štýlom, so životným prostredím a v koordinácii a harmonizácii celej dopravnej sústavy. Tomu úspešne prispieva táto monografia venovaná teoretickým a praktickým problémom technológie cestnej a mestskej hromadnej osobnej dopravy.

V štyroch kapitolách sú rozoberané základné ako aj rozširujúce poznatky, ktoré by mohli využívať tí, ktorí sa zaoberajú cestnou a mestskou hromadnou osobnou dopravou v činnosti vedeckovýskunnej, teoretickej ako aj v praktickej a realizačnej činnosti.

V prvej kapitole sú prehľadne charakterizované funkcie dopravného podniku hromadnej osobnej dopravy, požiadavky na prepravu osôb a hybnosť obyvateľov, ktorá vychádza z plnenia základných funkcií osídlených oblastí a miest. Charakteristické znaky hromadnej osobnej dopravy vychádzajú z odlišností cestnej a mestskej hromadnej osobnej dopravy od iných odborov dopravy a sú základnými atribútmi, ktoré je potrebné v technológii, organizácii a riadení dopravy rešpektovať.

Technologickému procesu, obehu vozidiel na linkách, intervalu dopravy a technologickým znakom vozidiel hromadnej osobnej dopravy je venovaná kapitola druhá. S použitím matematického aparátu je popísaná technológia hromadnej osobnej dopravy na linkách s využitím toho, že technický rozvoj hromadnej osobnej dopravy prináša inovácie v oblasti dopravných prostriedkov, dopravných ciest a dopravných zariadení. To často vyvoláva zmeny v organizácii a technológii dopravy.

Kapitola tretia sa zaoberá hodnotením výkonov hromadnej osobnej dopravy a ukazovateľmi časového a výkonového využitia vozidlového parku. Autor na základe najnovších poznatkov dokazuje, že tieto ukazovatele nie sú len nástrojom hodnotenia úrovne dosiahnutých výsledkov, ale tiež ukazovateľmi, ktoré je možné uplatniť v motivácii riadiacich pracovníkov, vnútro podnikových organizačných jednotiek a podnikov na dosiahnutie čo najlepších výsledkov.

Štvrtá kapitola je venovaná riadeniu hromadnej osobnej dopravy, informačnému procesu, operatívne riadeniu a tvorbe cestovných poriadkov, ako základnému materiálu pre riadenie, technológiu dopravy a kontrolu hlavnej činnosti dopravného podniku. Časť tejto kapitoly, venovaná organizácii a riadeniu podniku a dispečerskému riadeniu pôsobí, čiastočne opisne a pragmaticky.

Som presvedčený, že monografia je prínosom pre teóriu a prax hromadnej osobnej dopravy a podľa očakávania vyplní medzeru v odbornej literatúre zameranej na túto oblasť.

Prof. Ing. Tomáš Hollarek, CSc.

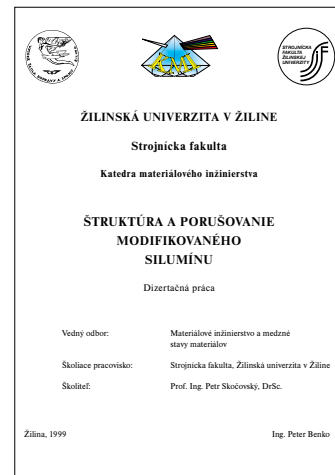
**Dizertačná práca:** Štruktúra a porušovanie modifikovaného siluminu  
**Autor:** Ing. Peter Benko  
**Vedný odbor:** 39-03-9 Materiálové inžinierstvo a medzné stavy materiálov  
**Pracovisko:** Žilinská univerzita v Žiline, Strojnícka fakulta,  
 Katedra materiálového inžinierstva  
**Školiteľ:** Prof. Ing. Petr Skočovský, DrSc.  
**Obhajoba:** 6. 5. 1999 na SjF ŽU

*Resumé*

Doktorandská dizertačná práca sa zaoberá štruktúrou a porušovaním modifikovaného a očkovaného siluminu  $AlSi10MgMn$  so zameraním na súvislosť medzi kvantitatívnymi charakteristikami mikroštruktúry (tvarový faktor  $M$  eutektického kremika a súčiniteľ veľkosti dendritov  $I_d$ ), mechanickými vlastnosťami a kvantitatívnymi mikrofraktografickými charakteristikami (súčiniteľ vertikálnej drsnosti  $R_v$ ) siluminu  $AlSi10MgMn$  v závislosti od prídávaneého množstva modifikátora  $Sr$  a očkovadla  $AlTi5B1$ .

S rastúcim obsahom modifikátora sa mení morfológia eutektického kremika (z dosky na tyčinku až vlákno); v dôsledku toho aj mechanické vlastnosti (zvyšuje sa  $R_m$ ,  $A_5$ ,  $Z$ ,  $KC0$ ) a podiel uplatnenia jednotlivých mikromechanizmov porušovania (transkryštalické štiepenie kremika, transkryštalické tvárne porušenie  $\beta$ -fázy). So stúpajúcim množstvom očkovadla (0 - 0,15 %  $AlTi5B1$ ) sa znižuje veľkosť sekundárnych dendritických výbežkov. Tejto rozmerovej zmene zodpovedá pokles hodnôt súčiniteľa veľkosti dendritov  $I_d$  v závislosti od množstva očkovadla.

Mechanické vlastnosti, kvantitatívne charakteristiky mikroštruktúry a kvantitatívne mikrofraktografické charakteristiky vykazujú výraznú vzájomnú súvislosť v celom rozsahu modifikovania a očkovania (ich zmeny v závislosti od obsahu  $Sr$ , príp.  $AlTi5B1$  majú analogický priebeh). Pre eutektické a mierne podeutektické silumíny možno odporučiť modifikovanie 0,03 - 0,04 %  $Sr$  a očkovanie 0,04 - 0,15 %  $AlTi5B1$ .

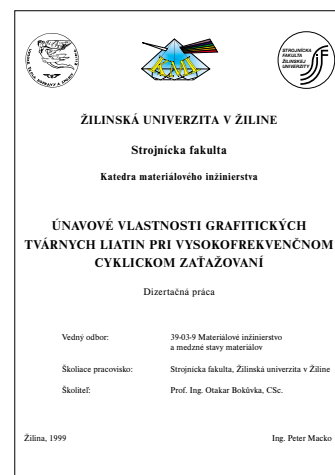


**Dizertačná práca:** Únavové vlastnosti grafitických tvárných liatin pri vysokofrekvenčnom cyklickom zaťažovaní  
**Autor:** Ing. Peter Macko  
**Vedný odbor:** 39-03-9 Materiálové inžinierstvo a medzné stavy materiálov  
**Pracovisko:** Žilinská univerzita v Žiline, Strojnícka fakulta,  
 Katedra materiálového inžinierstva  
**Školiteľ:** Prof. Ing. Otakar Bokůvka, CSc.  
**Obhajoba:** 6. 5. 1999 na SjF ŽU

*Resumé*

V dizertačnej práci boli experimentálne zisťované únavové vlastnosti grafitických liatin s guľôčkovým tvarom grafitu pri vysokofrekvenčnom cyklickom zaťažovaní. Získané boli údaje, úplné Wöhlerove krivky, závislosť  $\log a = f(N_f)$  vrátane medze únavy  $\log c$  (pri vzťažnom počte  $N_f = 1.108$  cyklov), rýchlosti šírenia dlhých únavových trhlin v závislosti od amplitúdy súčiniteľa intenzity napätia v blízko prahovej oblasti, závislosť  $(da/dN) = f(Ka)$  v oblasti od  $da/dN = 1.10-7$  m/cykľus do  $da/dN = 1.10-12$  m/cykľus, základné prahové hodnoty amplitúdy súčiniteľa intenzity napätia  $K_{th}$  (pri  $da/dN = 1.10-12$  m/cykľus), dynamické moduly pružnosti  $ED$  pre definované grafitické liatiny s guľôčkovým tvarom grafitu (feriticko-perlitická GGG40,  $R_m = 460$  MPa, perliticko-feritická GGG60,  $R_m = 685$  MPa, bainitická,  $R_m = 1250$  MPa) pri vysokofrekvenčnom cyklickom zaťažovaní (sínusový charakter zaťažovacieho cyklu, frekvencia  $f = 20$  kHz, teplota  $T = 20$  (  $10$  #C, koeficient asymetrie cyklu  $R = -1$ ), využiteľné technickou verejnosťou pri navrhovaní súčiastok a konštrukcií, pri optimálnej voľbe daného materiálu. Overená tak bola po prvýkrát principiálna možnosť využitia vysokofrekvenčného cyklického zaťažovania k zisťovaniu únavových charakteristik, rešpektujúc okrem iného aj zákonitosti lomovej mechaniky, čo je ekonomicky výhodné a prináša významnú časovú úsporu.

Práca má 81 strán textu, 14 tabuliek, 38 obrázkov, citovaných je 68 ďalších prác.





## Prof. Ing. Ján Mikolaj, DrSc. 70 ročný - 70 years old

*Prof. Ing. Ján Mikolaj, DrSc. sa v týchto dňoch dožíva významného životného jubilea - 70 rokov plodného života.*

*Narodil sa 7. mája 1929 v Nižných Ružbachoch. Absolvoval gymnázium v Kežmarku, v roku 1952 po ukončení vysokoškolského štúdia na Vysokej škole hospodárskych vied v Bratislave nastupuje do praxe a po presťahovaní Vysokej školy dopravnej z Prahy do Žiliny nastupuje v r. 1961 na túto školu ako odborný asistent. Hodnosť kandidáta ekonomických vied získal v roku 1966 na Ekonomickom ústave Slovenskej akadémie vied v Bratislave za prácu Hmotná zainteresovanosť v podnikoch verejnej automobilovej dopravy. V roku 1969 sa habilitoval v odbore riadenia a organizácie dopravy prácou Marketing v automobilovej doprave. Doktorát technických vied v odbore dopravná technika a technológia získal v roku 1983 na Vysokej škole dopravy a spojov v Žiline za prácu Ekonometrické modelovanie prepravných nárokov a v tom istom roku bol menovaný profesorom pre odvetvové a priezrivé ekonomiky na Vysokej škole dopravy a spojov.*

*V rokoch 1969 - 1971 pôsobil vo funkcii prodekana a v rokoch 1980 - 1985 ako dekan Fakulty prevádzky a ekonomiky dopravy a spojov VŠDS. V diplomatických službách pôsobil v rokoch 1971-1979, najskôr ako pracovník Federálneho ministerstva zahraničných vecí, od roku 1973 ako zástupca Stáleho predstaviteľa ČSSR pri OSN v New Yorku a od roku 1974 ako vedúci sekcie pre technickú pomoc v doprave v Sekretariáte OSN v New Yorku.*

*Prof. Ing. Ján Mikolaj, DrSc. is living to see a very important jubilee - 70 years of a flourishing life.*

*Mr. Mikolaj was born on May 7, 1929 in Nižné Ružbachy. He graduated a grammar school in Kežmarok, finished university studies on School of Economic Sciences in Bratislava and started to work in 1952. After transferring the Technical University of Transport from Prague to Žilina, he took up a position of lecturer at this school in 1961. He obtained the degree of Candidate of Economic Sciences on Economic Institute of Slovak Academy of Sciences in 1966 for the work: „Economic gain in public automobile transport enterprises ...“. In 1969, he was habilitated in the sphere of management and organisation of transport by work on the topic: „Marketing in automobile transport“. In 1983, he obtained the Doctorate of Technical Sciences in the sphere of transport technics and technology in the Technical University of Transport and Communications. The topic of his doctorate work was: „Econometric modelling of transportation requirements“. The same year, he was appointed as professor for overall and industrial economics in the Technical University of Transport and Communications in Žilina.*

*Prof. Mikolaj acted as vice-dean from 1969 to 1971 and as dean of Faculty of Operation and Economics of Transport and Communication of the Technical University of Transport and Communications from 1980 to 1985. He worked in diplomatic service from 1971 to 1979 as a deputy of the Representative of ČSSR to the United Nations in New York and from 1974 as a Chief of department for technical assistance in transport in the UN Secretariat in New York.*

*The pedagogic, scientific, investigation and social activities of Prof. Mikolaj are very extensive. He has been executing a lot of functions at the university, in advisory authority of ČSSR Federal Ministry of Transport and Federal Ministry of Post, Ministry of Transport, Post and Telecommunications of Slovak Republic, on State Committee for Science, Research*



Veľmi rozvinutá je jubilantova pedagogická, vedecko-výskumná, publikačná a spoločenská činnosť. Zastával viacero funkcií na vysokej škole, v poradných orgánoch Federálneho ministerstva dopravy i Ministerstve dopravy, pôšt a telekomunikácií Slovenskej republiky, Štátnej komisii pre vedecko-technický a investičný rozvoj v Prahe, Ministerstva spravodlivosti Slovenskej republiky, vykonával funkciu podpredsedu Komisie ČSAV pre dopravu a spoje. Bol členom čs. delegácie na valných zhromaždeniach OSN a orgánoch OSN. Zastupoval OSN na viacerých medzinárodných zasadnutiach. Aktívne sa zúčastňoval na medzinárodných konferenciách, zastával na nich predsednícke i iné funkcie. Predniesol niekoľko prednášok na zahraničných vysokých školách napr. v New Yorku, Oxforde, Moskve, Ríme, Káhire a pod.

Pomerne rozsiahla je jubilantova vedeckovýskumná a publikačná činnosť. Je autorom vysokoškolských učebných textov v teórii riadenia, manažmentu, logistiky, marketingu a. i., publikoval viac ako štyridsať pôvodných vedeckých prác, z toho desať v zahraničí, podieľal sa vypracovaní viacerých významných technologických a ekonomických dopravných projektov najmä v zahraničí.

Uverejňoval doma i v zahraničí, recenzoval viacero publikácií, článkov, vedeckých prác pre obhajoby kandidátskych a doktorských hodností, posudzoval granty domáce i zahraničné a iné projekty. Vykonával funkciu predsedu habilitačných a inauguračných komisií, bol predsedom komisie pre obhajobu doktorských prác vo vednom odbore dopravná technológia a predsedom komisií pre obhajoby kandidátskych dizertačných prác v odbore technológia dopravy a prierezové a odvetvové ekonomiky. Bol zodpovedným rie šiteľom výskumných úloh, školiteľom aspirantov a doktorandov, z ktorých viacerí získali hodnosť kandidáta vied.

Od roku 1996 jubilant pôsobí na Fakulte špeciálneho inžinierstva Žilinskej univerzity, kde je garantom študijného odboru Občianska bezpečnosť so zameraním na špeciálny manažment. Aktívne sa podieľa aj na príprave konferencií o krízovom manažmente.

Jubilantovi želáme veľa osobnej pohody, pracovných úspechov a rodinného šťastia.

and Investment in Prague, on Ministry of Justice of Slovak Republic. He has been working as a vice chairman of Committee of Czechoslovak Academy of Sciences for transport and telecommunications. He was a member of Czechoslovak delegations on General assembly of the UN and a member of several sessions and meetings within the UN. He has taken part in international conferences, where he has been appointed as chairman or with other functions. He has given a lectures at foreign universities, for example in New York, Oxford, Moscow, Roma, Cairo, etc.

The scientific, experimental and publishing activities of Prof. Mikolaj are rather ample, too. He is an author of the academic textbooks about theories of management, logistic, marketing, etc. He has written more than forty original academic works. Ten of them have been published in foreign countries. He has shared to many important technological and economic transportation projects, primarily abroad.

Prof. Mikolaj has published and reviewed several publications, articles and scientific works for advocacy of candidate and doctoral degrees. He has adjudicated domestic and foreign grants and projects. He has performed functions of chairman of the habilitation and the inauguration commissions. He has been a chairman of the commission for advocacy of doctoral works in transport technology. He has been a chairman of the commission for advocacy of candidate academic dissertation in transport technology and economics. He has been an answerable solver of the experimental tasks and an adviser of aspirants and students of life-long learning, from whom many have obtained degrees of candidate of sciences.

Prof. Mikolaj has worked at the Faculty of Special Engineering, University of Žilina since 1996, where he is a guarantee of the course of Special Management with regard to crisis management. He is an active administrator of Crises Management conferences.

We wish to Prof. Mikolaj a wholelife content, a lot of working achievements and a family luck.

Prof. Ing. Pavel Poledňák, PhD.

**POKYNY PRE AUTOROV PRÍSPEVKOV DO ČASOPISU  
KOMUNIKÁCIE - vedecké listy Žilinskej univerzity**

1. Redakcia prijíma iba príspevky doteraz nepublikované alebo inde nezaslané na uverejnenie.
2. Rukopis musí byť v jazyku slovenskom a anglickom. K článku dodá autor resumé v rozsahu 10 riadkov v slovenskom a anglickom jazyku.
3. Príspevok prosíme poslať e-mailom na adresu **vrablova@nic.utc.sk**, alebo **holesa@nic.utc.sk**, alebo doručiť na **diskete 3,5"** v programe **Microsoft WORD**, spolu s 1 vytlačeným par (podklad na posúdenie redakčnou radou), na Rektorát ŽU, Ing. Vrablova, odd. vedy a výskumu, Moyzesova 20, 010 26 Žilina.
4. Skratky, ktoré nie sú bežné, je nutné pri ich prvom použití rozpisovať v plnom znení.
5. Obrázky, grafy a schémy, pokiaľ nie sú spracované v **Microsoft WORD**, je potrebné priložiť na diskete (ako .TIF, .CDR, .BMP, .WMF, .PCX, .JPG súbory), prípadne nakresliť kontrastne na bielom papieri a predložiť v jednom exemplári. Pri požiadavke na uverejnenie fotografie priložiť ako podklad kontrastnú fotografiu alebo diapozitív. Pre obidve mutácie spracovať jeden obrázok s popisom v slovenskom a anglickom, resp. len v anglickom jazyku.
6. Odvolania na literatúru sa označujú v texte alebo v poznámkach pod čiarou príslušným poradovým číslom v hranatej zátvorke. Zoznam použitej literatúry je uvedený za príspevkom. Citovanie literatúry musí byť podľa záväznej STN 01 0197 „Bibliografické citácie“.
7. Na prvej strane článku pod čiarou prosíme uviesť: meno, priezvisko, tituly, adresu inštitúcie v ktorej autor pracuje, e-mail alebo číslo telefónu.
8. Text príspevku posúdi redakčná rada na svojom najbližšom zasadnutí a zašle rukopis na recenzovanie. O výsledku bude redakcia informovať autora ústne alebo písomne.
9. Termín na dodanie článkov jednotlivých čísel je 31. 3., 30. 6., 30. 9. a 15. 12.

**COMMUNICATIONS - Scientific Letters of the University of Žilina  
Writer's Guidelines**

1. Submissions for publication must be unpublished and not be a multiple submission.
2. Manuscripts written in English language must include abstract also written in English. The abstract should not exceed 10 lines.
3. Submissions should be sent:
  - by e-mail to one of the following addresses: **vrablova@nic.utc.sk** or **holesa@nic.utc.sk**;
  - on a **3.5" diskette** in **Microsoft WORD** with a hard copy (to be assessed by the editorial board) to the following address: Rektorát ŽU, Ing. Vrablova, OVV, Moyzesova 20, 010 26 Žilina, Slovakia.
4. Abbreviations which are not common must be used in full when mentioned for the first time.
5. Figures, graphs and diagrams, if not processed by **Microsoft WORD**, must be sent on a diskette (as .TIF, .CDR, .JPG, .PCX, .VMF, .BMP files) or drawn in contrast on white paper, one copy enclosed. Photographs for publication must be either contrastive or on a slide.
6. References are to be marked either in the text or as footnotes numbered respectively. Numbers must be in square brackets. The list of references should follow the paper.
7. The author's exact mailing address, telephone number and contact information must be enclosed.
8. Each submission will be assessed by the editorial board and sent to referees. A response will be received in two months either in writing or orally.
9. The deadlines for submissions are as follows: March 31, June 30, September 30 and December 15.



VEDECKÉ LISTY ŽILINSKEJ UNIVERZITY  
SCIENTIFIC LETTERS OF THE UNIVERSITY OF ŽILINA

**Šéfredaktor:**

**Editor-in-chief:**

Prof. Ing. Pavel Poledňák, PhD.

**Redakčná rada:**

**Editorial board:**

Prof. Ing. Ján Bujňák, CSc. - SK  
Prof. Ing. Karol Blunár, DrSc. - SK  
Prof. Ing. Otakar Bokúvka, CSc. - SK  
Prof. RNDr. Jan Černý, DrSc. - CZ  
Prof. Ing. Ján Čorej, CSc. - SK  
Prof. Eduard I. Danilenko, DrSc. - UKR  
Prof. Ing. Branislav Dobručky, CSc. - SK  
Prof. Dr. Stephen Dodds - UK  
Dr. Robert E. Caves - UK  
PhDr. Anna Hlavňová, CSc. - SK  
Prof. RNDr. Jaroslav Janáček, CSc. - SK  
Doc. Ing. Ján Jasovský, CSc. - SK  
Dr. Ing. Helmut König, Dr.h.c. - CH  
Doc. Dr. Ing. Ivan Kuric - SK  
Ing. Vladimír Mošat, CSc. - SK  
Prof. Ing. G. Nicoletto - I  
Prof. Ing. Ludovít Parilák, CSc. - SK  
Ing. Miroslav Pfliegel, CSc. - SK  
Prof. Ing. Pavel Poledňák, PhD. - SK  
Akad. Alexander P. Pochechuev - RF  
Prof. Bruno Salgues - I  
Prof. Dr.hab.ing. Lucjan Stewczynski - PL  
Prof. Ing. Miroslav Steiner, DrSc. - CZ  
Doc. Ing. Pavel Surovec, CSc. - SK  
Prof. Ing. Hynek Šertler, DrSc. - CZ

**Adresa redakcie:**

**Address of the editorial office:**

Žilinská univerzita  
Oddelenie pre vedu a výskum  
Office for Science and Research  
Moyzesova 20, Slovakia  
SK 010 26 Žilina  
Tel.: +421/89/622 723  
Fax: +421/89/47702  
E-mail: polednak@fsi.utc.sk

Vydáva Žilinská univerzita  
v EDIS - vydavateľstve ŽU  
J. M. Hurbana 15, 010 26 Žilina  
pod registračným číslom 1989/98  
ISSN 1335-4205

It is published by the University of Žilina in  
EDIS - Publishing Institution of Žilina University  
Registered No: 1989/98  
ISSN 1335-4205

Objednávky na predplatné prijíma redakcia  
Vychádza štvrťročne  
Cena jedného výtlačku 125,- Sk  
Ročné predplatné na rok 1999 je 375,- Sk

Order forms should be returned to the editorial office  
Published quarterly  
The rate for one issue is 12 DM  
The subscription rate for year 1999 is 35 DM.

<http://fstroj.utc.sk/komunikacie>