



# Modeling of Artificial Intelligence

Has been issued since 2014.  
E-ISSN 2413-7200  
2018. 5(2). Issued 2 times a year

## EDITORIAL BOARD

- Popov Georgii** – Astrakhan State Technical University, Astrakhan, Russian Federation  
(Editor in Chief)
- Simonyan Arsen** – Sochi Research Center of the Russian Academy of Science, Sochi, Russian Federation (Deputy Editor in Chief)
- Belyavskii Grigorii** – Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation
- Chitchyan Robert** – Yerevan State University, Armenian National Agrarian University, Yerevan, Armenia
- Dreizis Yurii** – Sochi State University, Sochi, Russian Federation
- Makarova Irina** – Sochi State University, Sochi, Russian Federation
- Ohanyan Viktor** – Yerevan State University, Yerevan, Armenia
- Ravindranath Cherukuri** – Gyan Ganga Institute of Technology and Management, Gyan Ganga, India
- Saakyan Vladimir** – Institute for Informatics and Automation Problems of the National Academy of Sciences, Yerevan, Armenia
- Simavoryan Simon** – Sochi State University, Sochi, Russian Federation
- Ulitina Elena** – Sochi State University, Sochi, Russian Federation
- Yicong Zhou** – University of Macau, Macau, China

Journal is indexed by: **CrossRef (USA)**, **EBSCOhost Electronic Journals Service (USA)**, **Journal Index (USA)**, **Open Academic Journals Index (USA)**, **Sherpa Romeo (Spain)**.

All manuscripts are peer reviewed by experts in the respective field. Authors of the manuscripts bear responsibility for their content, credibility and reliability.

Editorial board doesn't expect the manuscripts' authors to always agree with its opinion.

Postal Address: 1367/4, Stara Vajnorska  
str., Bratislava – Nove Mesto, Slovak  
Republic, 831 04

Website: <http://ejournal11.com/en/index.html>  
E-mail: [evr2010@rambler.ru](mailto:evr2010@rambler.ru)

Founder and Editor: Academic Publishing  
House Researcher s.r.o.

Release date 15.12.17.  
Format 21 × 29,7/4.

Headset Georgia.

Order № 114.

# Modeling of Artificial Intelligence

2018

Is. 1

## CONTENTS

## Articles and statements

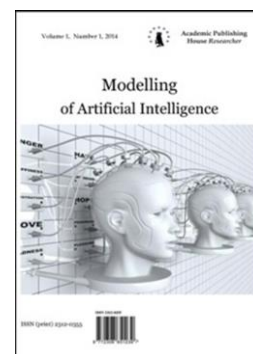
Investigation of the Regularities in the Formation of Solutions n-Queens Problem E. Grigoryan .....	3
Gas Storage Valuation based on Spot Prices H. Kechejian, V.K. Ohanyan, V.G. Bardakhchyan .....	22
Evolutionary Operator for Calculating the Frequency of Occurrences of Alleles of STR Loci of the Following Generations, Taking into Account Mutations S.K. Kurganov .....	29
Construction of Intelligent Systems of Physical Protection of Information S.Zh. Simavoryan, A.R. Simonyan, E.I. Ulitina, I.L. Makarova, E.A. Pilosyan, R.A. Simonyan .....	38

Copyright © 2018 by Academic Publishing House Researcher s.r.o.



Published in the Slovak Republic  
 Modeling of Artificial Intelligence  
 Has been issued since 2014.  
 E-ISSN: 2413-7200  
 2018, 5(1): 3-21

DOI: 10.13187/mai.2018.1.3  
[www.ejournal11.com](http://www.ejournal11.com)



Articles and statements

## Investigation of the Regularities in the Formation of Solutions n-Queens Problem

Eric Grigoryan <sup>a, \*</sup><sup>a</sup> Independent researcher, France

This publication is devoted to all Google employees...  
 You help to find necessary information to go ahead...

### Abstract

The n-Queens problem is considered. A description of the regularities in a sequential list of all solutions, both complete and short, is given. Determined that:

1. The fraction of total solutions in the general list of all solutions decreases, with increasing value of n.
2. Complete solutions are distributed in a sequential list of all solutions in such a way that the most likely solutions are complete solutions located in the list close to each other.
3. There is a symmetry in the order of the location of the complete solutions in the general list of all solutions. If the solution is complete in the i-th position from the beginning of the list, then the symmetric solution from the end of the list, located in the position  $n-i+1$ , is also complete (rule of symmetry of solutions).
4. Any pair of solutions, both short and full, arranged symmetrically in the list of all solutions, are complementary – the Queen position indices sum of the corresponding rows is a constant and is equal to  $n+1$  (the rule of complementarity of solutions). This suggests that only the first half of the list of all complete solutions is "unique", any complete solution from the second half of the list can be obtained on the basis of the complementarity rule. The consequence of this rule is the fact that for any value of n, the number of complete solutions will always be an even number.

For an arbitrary matrix of a solution of size  $n \times n$ , it is established that:

5. The probability of completion to a full solution an arbitrary composition of k queens, gradually decreases with increasing value of k to a certain minimum, and then increases, with a further increase in the value of k.
6. There is some minimum value of the size of the composition  $k_0$ , such that any composition whose size is less than or equal to  $k_0$  can always be completed to a complete solution. As the value of n increases, the value of  $k_0$  also increases.
7. The activity of row cells in solution matrix is symmetric with respect to the horizontal axis passing through the middle of this matrix. This means that the cells activity in the i-th row always coincides with the cells activity in the row  $n-i+1$ . By activity is meant the frequency with which

---

\* Corresponding author

E-mail addresses: [ericgrig@gmail.com](mailto:ericgrig@gmail.com) (E. Grigoryan)

the cell index occurs in the corresponding row of the list of complete solutions. Similarly, the activity of the cells of the columns of the solution matrix is symmetrical about the vertical axis dividing the matrix into two equal parts

8. For any  $n$ , in the sequential search for all solutions, the first complete solution appears only after some sequence of short solutions. The size of the initial sequence of short solutions increases with increasing  $n$ . The length of the list of short solutions until the first complete solution for even values of  $n$  appears is much larger than for the nearest odd values.

9. The row in the solution matrix, on which difficulties begin to move forward, and the first short solution is formed, divides the matrix according to the rule of the golden section. For small values of  $n$ , such a conclusion is approximate, but with an increase in the value of  $n$ , the accuracy of such an output asymptotically increases to the level of the standard rule.

**Keywords:**  $n$ -Queens problem, constraint satisfaction problems, non-deterministic problem, state space, search for regularities.

## 1. Introduction

I was always sure that if the data is not random, then there must be a certain regularity in them, if even this regularity we can't find. It was this conviction that was the reason for the search for regularities in the  $n$ -Queens problem solutions.

The formulation of the problem is quite simple: it is necessary to distribute  $n$  queens on a chessboard of size  $n \times n$  so that there is not more than one queen in each row, each column, and on the left and right diagonals passing through the cell where the queen is located. This task is easy to understand or explain to anyone, but it is difficult to solve it. The fact is that there is no rule (or set of rules) based on which we can arrange the queens in each row so get a solution. The solution can be obtained only on the basis of a search of various variants of the arrangement of queens in certain rows. However, the complexity of this method of solution is that the number of all variants of the arrangement of queens grows exponentially with increasing  $n$ . In addition, the execution of any step forward, for placing the queen in the free position of some row, changes the list of free positions in the remaining rows, and when we go back one step, in order to form a search branch, we must clear the traces of previously performed actions.

The problem of the distribution of  $n$  queens on a chessboard of size  $n \times n$  has a long history. Originally it was formulated in 1848 by M. Bezzel ([Bezzel, 1848](#)), as an intellectual task for a conventional chessboard. Over time, the statement of the problem was extended by F. Nauck ([Nauck, 1850](#)), and the size of the chessboard could take on an arbitrary value.

There are a large number of publications related to various aspects of solving the  $n$ -Queens problem. Some of these publications are publicly available, and the other part requires payment to view the publication. I did not watch paid publications and can't refer to them. Among open publications there are many interesting and informative works that relate to several areas of research: the search for all complete solutions for a given chessboard size  $n$ , the development of a fast algorithm for finding one solution for different values of  $n$ , the computational complexity of algorithmic calculations, and also various modifications of the initial statement of the problem. To familiarize with these areas, I would recommend the remarkable work of Bell & Stevens ([Bell, Stevens, 2009](#)) and also I.P. Gent, C. Jefferson, P. Nightingale ([Gent et al., 2017](#)), which provides a fairly detailed overview of the various areas of the study. Some directions are considered in more detail in the works of H.A. Priestley, M.P. Ward ([Priestley, Ward, 1994](#)), R. Sosic and J. Gu ([Sosic, Gu, 1994](#)), J. Mańdziuk ([Mańdziuk, 2002](#)), A.S. Farhan, W.h. Z. Tareq, F. H. Awad ([Farhan et al., 2015](#)). Especially noteworthy is an online publication ([Kosters, 2017](#)), supported by W. Costers, which was prepared by a group from Universiteit Leiden and contains a link to 339 publications (as of 2018) related to the problem of  $n$ -queens.

Although the problem of  $n$ -Queens has remained active for more than 150 years, and during this time research has been conducted, and a huge number of publications have appeared, I haven't been able to find a publications that would have to do with the search for regularities in the results of solving this problem.

### Definitions

Here and below, the size of the chessboard will be denoted by the symbol  $n$ . The solution will be called complete if all  $n$  queens are consistently arranged on a chessboard. All other solutions, when the number of correctly arranged queens is less than  $n$ , will be called short. By the length of

the solution we mean the number ( $k$ ) of correctly arranged queens. The number of all solutions (short and complete), for a given value of  $n$ , will be denoted by the symbol  $m$ . As an analog of the "chessboard" of size  $n \times n$ .

## 2. Results

### Beginning

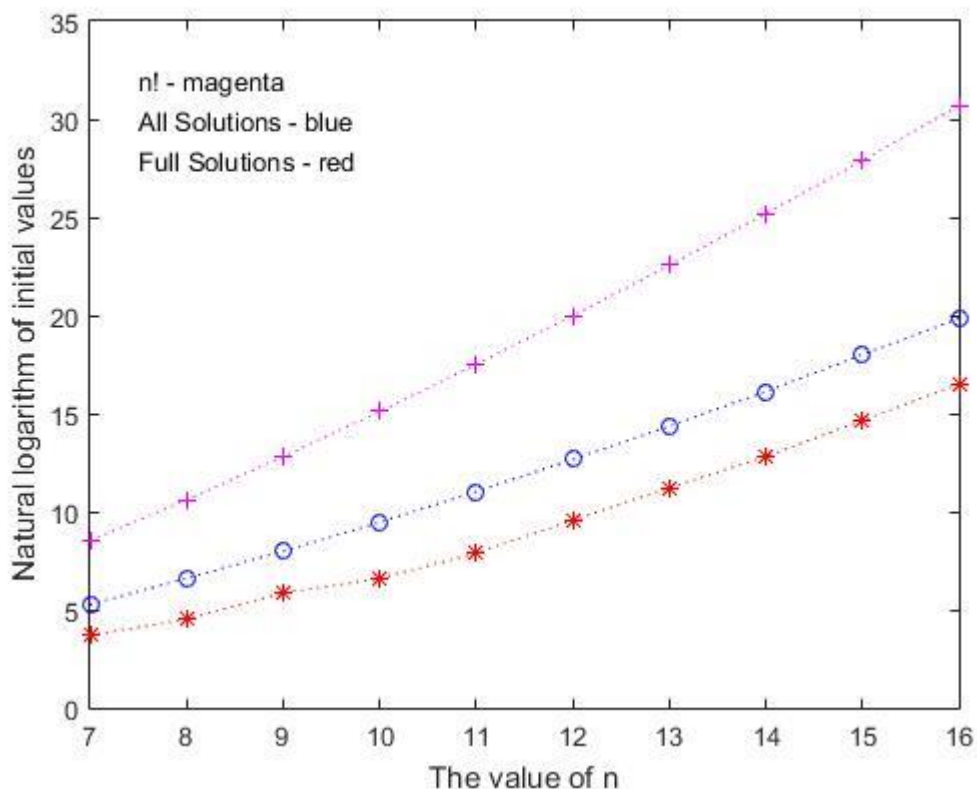
In order to conduct the research, an algorithm for finding all solutions for an arbitrary value of  $n$  was developed. We did not use recursion or a nested loop system. For large values of  $n$ , such an approach would be rather problematic. The algorithm was built on the basis of a set of interacting events, in each of which, a certain system of actions, interconnected, takes place. This makes it possible to simply implement the mechanism of changing the state space when selecting the next node in the Forward Tracking branch, or clearing the traces of previously performed actions, when returning back to one or more steps (Back Tracking). In the algorithm there are no special requirements to the amount of memory or the speed of the processor, so the calculations can be made on any home computer (laptop). Based on this algorithm, all successive solutions (both short and complete) were found for different values of the solution matrix ( $n = 7, \dots, 16$ ). Since the size of the list of complete solutions is a named sequence (sequence A000170 [10]) and is indicated in many publications, it seems to me interesting to bring the size of the list of all solutions, for the values  $n$ : 7 (194), 8 (736), 9 (2936), 10 (12774), 11 (61076), 12 (314730), 13 (1716652), 14 (10030692), 15 (62518772), 16 (415515376).

Further, using the solutions found, we give formulations of some problems, methods for their solution, and a description of the results obtained. Also, we present the results of the computational experiments carried out to evaluate the probability of completion to full solution an arbitrary composition of  $k$  queens.

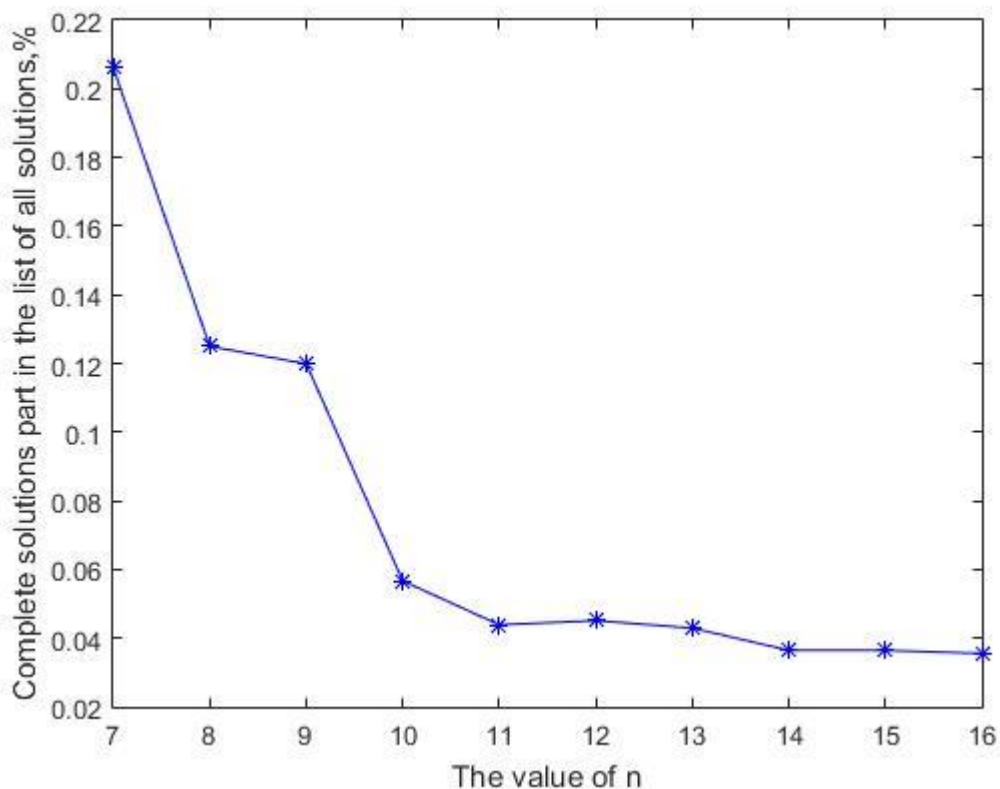
#### 1. About the state space in which solutions are being sought.

The search of various variants of the arrangement of queens in certain rows leads to the formation of a state space. If there were no prohibitions on the location of queens in any cell, then the size of the state space would be equal to  $n^n$ . If we only consider a rule that forbids the placement of more than one queen in each column, then we get a subset of the state space whose size will be equal to  $n!$  This subset of the state space corresponds to the problem of the distribution of  $n$  rooks. If, at the same time, we also take into account the rule that prohibits the arrangement of more than one queen on the left and right diagonals passing through the cell where the queen is located, we get a search space whose size is less than  $n!$ . We call such a subset of the state space a productive search space, starting from the fact that only in this subspace are all possible solutions. Any completed branches in the productive search space are solutions with a certain number of correctly arranged queens. Basically - these are short solutions, and only a small part of the rest are complete solutions.

Figure 1 shows the graphs of the dependence of the natural logarithm of three indicators: a) the factorial values ( $n!$ ) of the size of the solution matrix; b) the number of all solutions (both short and complete); c) the number of complete solutions, depending on the size of the solution matrix ( $n$ ). As expected, all curves have exponential growth, and, evidently, the logarithm of the factorial grows much faster than the corresponding values of all solutions and complete solutions. Also, the growth rates of the number of all solutions and the number of complete solutions vary, although this is not so noticeable on the graph, due to the small size of the sample of values of  $n$ . For example, for  $n = 13$ , the difference between the logarithms of these indicators is 3.148, and for  $n = 16$  this difference increases by 0.190 and is 3.338. Obviously, with a further increase in the value of  $n$ , this discrepancy will be more significant.



**Fig. 1.** Dependence the logarithm of the size of difference subsets of State Space from **n**



**Fig. 2.** Decreasing complete solutions share in the list of all solutions with increasing **n**

2. How does the share of complete solutions change in the general list of all solutions?

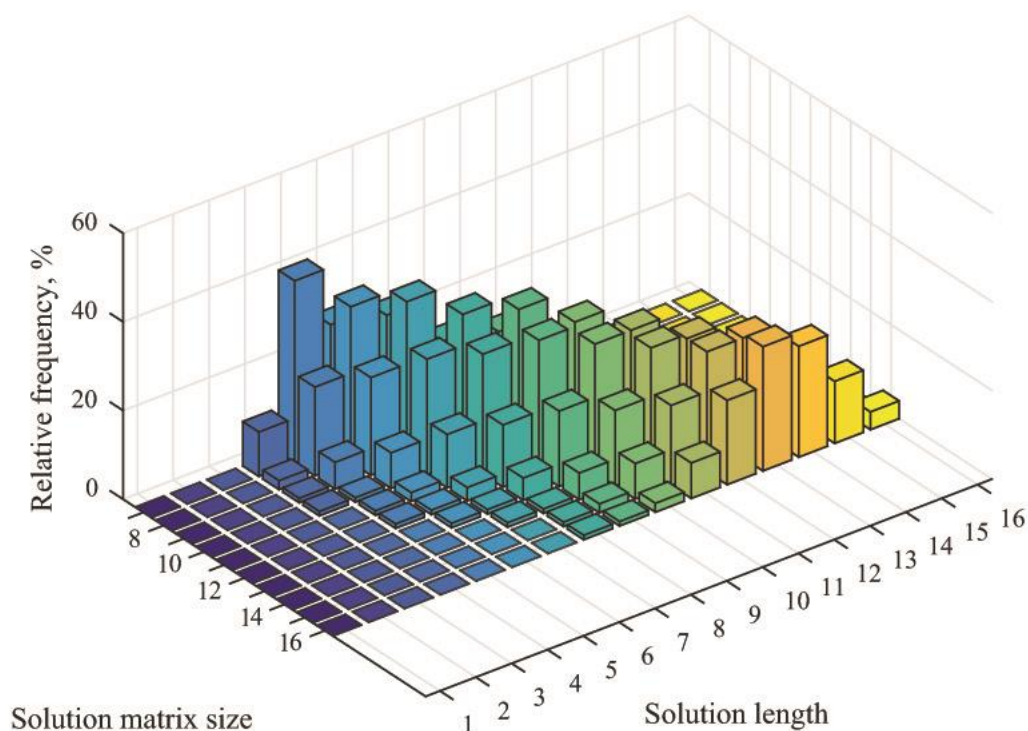
Figure 2 shows the plot of the fraction of complete solutions in the general list of all solutions from the value of  $n$ . It is seen that as the size of the solution matrix increases, the share of all complete solutions in the general list decreases. For initial values  $n = 7, \dots, 14$ , this value decreases rapidly from the value 0.2062 to 0.0364, and then a gradual, asymptotic decrease of this value continues. Here there is a formal contradiction between the two statements: on the one hand, the number of complete solutions exponentially increases with increasing value of  $n$ , on the other hand, the probability of obtaining a complete solution in a sequential list of all solutions is constantly decreasing. This seeming paradox is explained very simply, the size of the productive space and the associated size of the list of all solutions grows faster with increasing  $n$  than the number of complete solutions. It's like trying to find a needle in a haystack – the amount of hay "with increasing  $n$ " grows faster than the number of needles that are lost there.

3. What is the frequency of solutions of different lengths in the list of all solutions?

**Table 1.** Relative frequency (%) of solutions of different length ( $k$ ) for a matrix of size  $n \times n$  ( $n = 7, \dots, 16$ ).

$n \backslash k$	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	10.31	<b>31.23</b>	27.84	20.62									
8	2.45	20.38	<b>34.78</b>	29.89	12.50								
9	0.34	5.79	21.73	<b>35.83</b>	24.32	11.99							
10	0.05	1.35	8.41	25.62	<b>32.94</b>	25.96	5.67						
11		0.15	2.12	11.80	26.71	<b>34.47</b>	20.36	4.39					
12		0.01	0.29	3.28	13.56	29.88	<b>31.29</b>	17.18	4.51				
13		<b>e</b>	0.03	0.68	4.72	16.57	28.76	<b>28.84</b>	16.11	4.29			
14			<b>e</b>	0.90	1.14	6.47	17.49	<b>28.01</b>	27.45	15.70	3.64		
15				0.01	0.18	1.80	7.53	18.46	<b>27.07</b>	26.63	14.64	3.68	
16				<b>e</b>	0.02	0.35	2.23	8.23	18.89	<b>27.56</b>	25.39	13.77	3.56

**e** – denotes values that are less than 0.01



**Fig. 3.** Frequency of solutions of different lengths depending on the size of the solution matrix,  $n = 7, \dots, 16$

As mentioned earlier, all completed branches in the productive search space are solutions with a different number of correctly arranged queens. It is of interest to us how often solutions of different lengths are found in the general list of all solutions. Table 1 shows the corresponding values of the relative frequencies for solutions having different lengths that were obtained from the list of all solutions for  $n = 7, \dots, 16$ . The corresponding visual representation of these data is given in [Figure 3](#). The analysis of the table allows us to draw the following conclusions:

a) for each solution matrix of size  $n$ , there is some length of the solution that has the maximum frequency (these values are shown in bold).

b) as the value of  $n$  increases, the number of solutions with different lengths increases. Accordingly, the relative frequency of all solutions decreases.

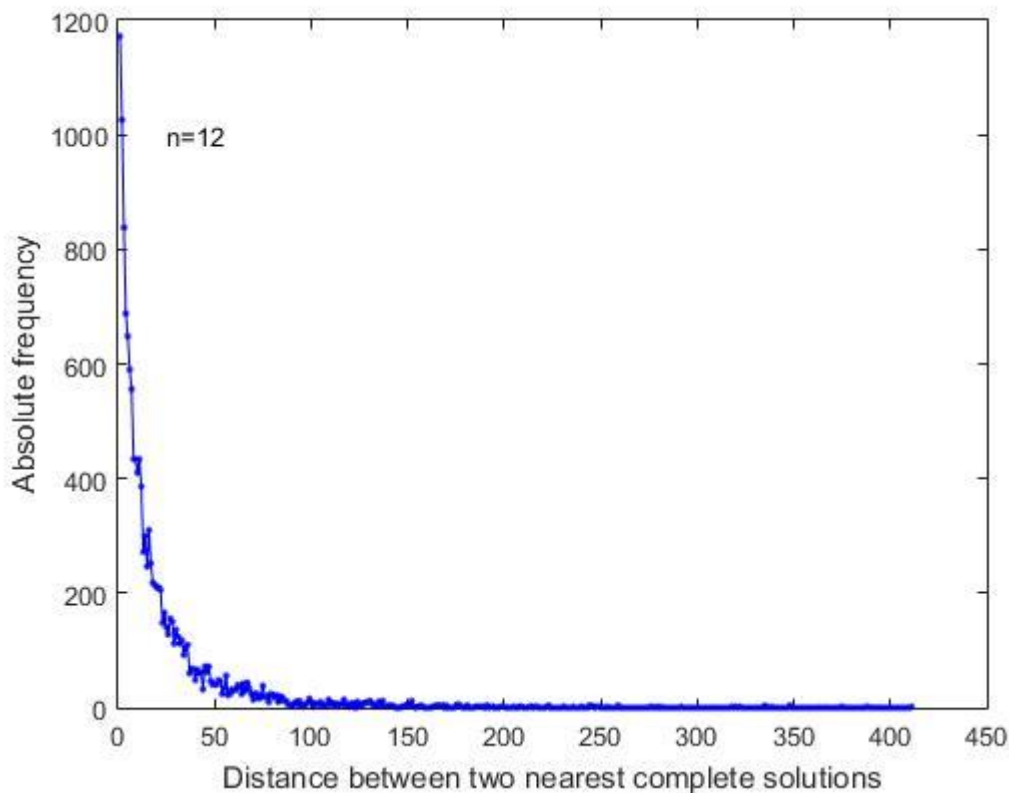
c) for each solution matrix of size  $n$ , there is a certain minimum size of the solution length, below which short solutions do not occur. With increasing value of  $n$ , the value of this threshold increases. For example, for  $n = 8$ , the threshold value is 4, respectively, for  $n = 16$ , the threshold value is 7.

4. How complete solutions are located in a sequential list of all solutions?

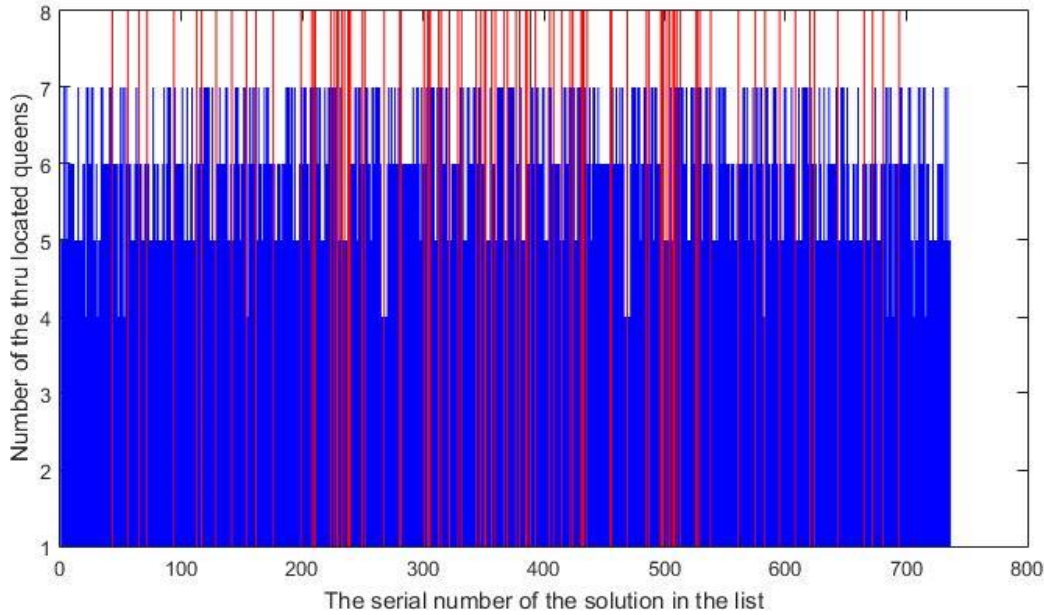
In the formulation of the  $n$ -Queens problem there are no reasons that would give grounds for making any assumption about the order of following complete solutions in the general list of all solutions. We were interested in whether the complete solutions are distributed uniformly in the general list, randomly, or it has some peculiarities. To find this out, we analyzed the distances between the nearest complete solutions in a sequential list of all solutions. As can be seen from [Fig. 4](#), where for  $n = 12$ , a histogram of the distribution of the corresponding frequencies is presented, with the greatest frequency there are complete solutions that directly follow one another. These are cases of the formation of the search branch, when the relationships of free positions in the last rows allow one to form two or more consecutive full solutions. Further, the maximum frequency has those complete solutions, between which are located: one short solution, two short solution, etc.



In order to find the regularities in the location of the complete solutions in the general list of all solutions, we analyzed the lists of all solutions for  $n = 7, \dots, 16$ . To graphically demonstrate the results, in Figure 5, for the value  $n = 8$ , the length of each solution in the list of all 736 solutions is indicated. Here, only 92 solutions are complete, and they are highlighted in red, the remaining 644 solutions are short, and are highlighted in blue. It can be seen that the complete solutions are not evenly distributed in the list of all solutions. There are zones where full solutions are found more often, but there are places where complete solutions are rare or do not occur at all. However, another thing is important here. If we look closely at the blue-red barcode, we can notice one very important feature, all the red lines are symmetrical with respect to some conditional vertical line passing through the middle of the list of solutions. In fact, as the check shows, if at the  $i$ -th step from the beginning of the general list there is a complete solution, then, respectively, the complete solution will necessarily be found at step  $m - i + 1$ , where  $m$  is the size of the list of all solutions. For example, for  $n = 8$ , if the first complete solution in the sequential search of all solutions appears at the step 43, then, respectively, the last complete solution in the list will be found in step  $736 - 43 + 1 = 694$ . If the 17th solution for a  $10 \times 10$  matrix appears in the list at step 368, the symmetric complete solution will appear in the list of all solutions in step  $12774 - 368 + 1 = 12407$ . This rule is valid for a matrix of a solution of any size.



**Fig. 4.** Dependence of the frequency on the distance between two nearest complete solutions



**Fig. 5.** The length of each solution in a sequential list of all solutions, for a matrix of size **8x8** (**red** – full solutions, **blue** – short solutions). The total number of all solutions is **736**

Therefore, we can formulate a rule. For any value of  $n$ , if the solution is complete in the sequential list of all solutions in the  $i$ -th position from the beginning of the list, then the symmetric solution from the end of the list in the position  $m - i + 1$  will also be complete (rule of symmetry of solutions). The consequence of this rule is the fact that for any value of  $n$ , the number of complete solutions will always be an even number. (All the lists of complete solutions found so far are even numbers).

If we compare the queen position indices of any two symmetric solutions, then we can find a critically important feature: symmetric pairs of solutions are complementary. The sum of the corresponding values of the indices of the queens of symmetric solutions is  $n + 1$ . For example, the 17th solution for  $n = 10$  in the list of all solutions is in the 368th step from the beginning of the list and the indexes of the queen positions at this step are (1, 5, 7, 10, 4, 2, 9, 3, 6, 8). The corresponding symmetric solution is at step 12407 and has queen positions indexes (10, 6, 4, 1, 7, 9, 2, 8, 5, 3). If we add the corresponding values of the indices of each pair, we obtain (11, 11, ..., 11). This rule is valid for any value of  $n$ , moreover, both for complete symmetric solutions and for short symmetric solutions. This allows us to formulate the second rule. For a matrix of solutions of any size  $n$ , any pairs of solutions (both short and complete) arranged symmetrically in a sequential list of all solutions are complementary - the sum of the indices of the positions of the corresponding rows is a constant and is equal to  $n + 1$  (the complementarity rule for solutions). If we denote by  $Q(i)$  and  $Q_1(i)$  the arrays of indices of complementary solutions, then the rule

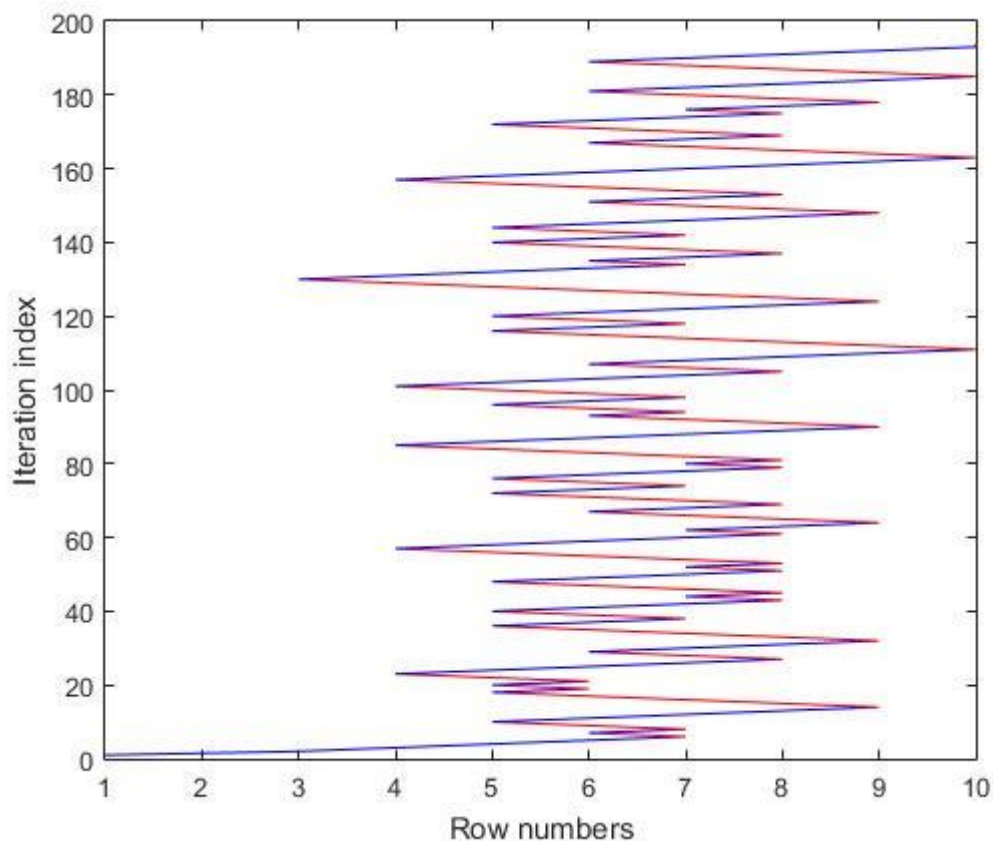
$$Q(i) + Q_1(i) = n + 1, \quad i = (1, n)$$

This rule means that if a complete solution is obtained at the  $i$ -th step, then the symmetric complete solution at step  $m - i + 1$  becomes known. Therefore, when searching for all complete solutions, it is sufficient to find only the first half of all complete solutions. The second half of the list of complete solutions can be determined from the solutions already obtained, on the basis of the complementarity rule. The criterion that half of the list of complete solutions is reached is the fulfillment of the complementarity rule between the previous complete solution  $Q(i - 1)$  and the subsequent  $Q(i)$ . that is, it is necessary that the sum of each pair of corresponding values of the indices of two consecutive solutions be equal to  $n + 1$ . Since any complete solution from the list of all complete solutions is unique, only those consecutive full solutions will be complementary, which are on both sides of the border separating the list in half.

These two rules will allow in the future, in the search for all complete solutions for any next value of  $n$ , to reduce the amount of calculations and, correspondingly, the counting time in half.

### 5. Visualization the sequence of steps to find the first complete solution

How is the process of performing forward steps (Forward Tracking) and backward (Back Tracking) when forming the solution search branch. In order to answer this question, we, for a matrix of 10x10, determined a sequence of 194 transitions between the rows until the first complete solution appeared. The corresponding graph is shown in [Figure 5](#). Blue lines mean forward movement, and red lines - return back. During these 194 steps, 35 short solutions were created, there were transitions between different lines without creating any solutions and, in the end, a complete solution was obtained. The [figure](#) shows that most of the transitions (84.5 %) occur between the lines (5, 6, 7, 8). This is, in a way, a "bottleneck" on the way to the "goal". As follows from the [figure](#), there are only 7 cases of transition to the 4th row and one case of transition to the third row. There are also 13 cases of transition to the 9th row. Three attempts to go to the 10th row were unsuccessful, since there was no free position in these search branches on the 10th row. This example clearly demonstrates all the branches of the formation of short solutions, until the first complete solution is obtained.



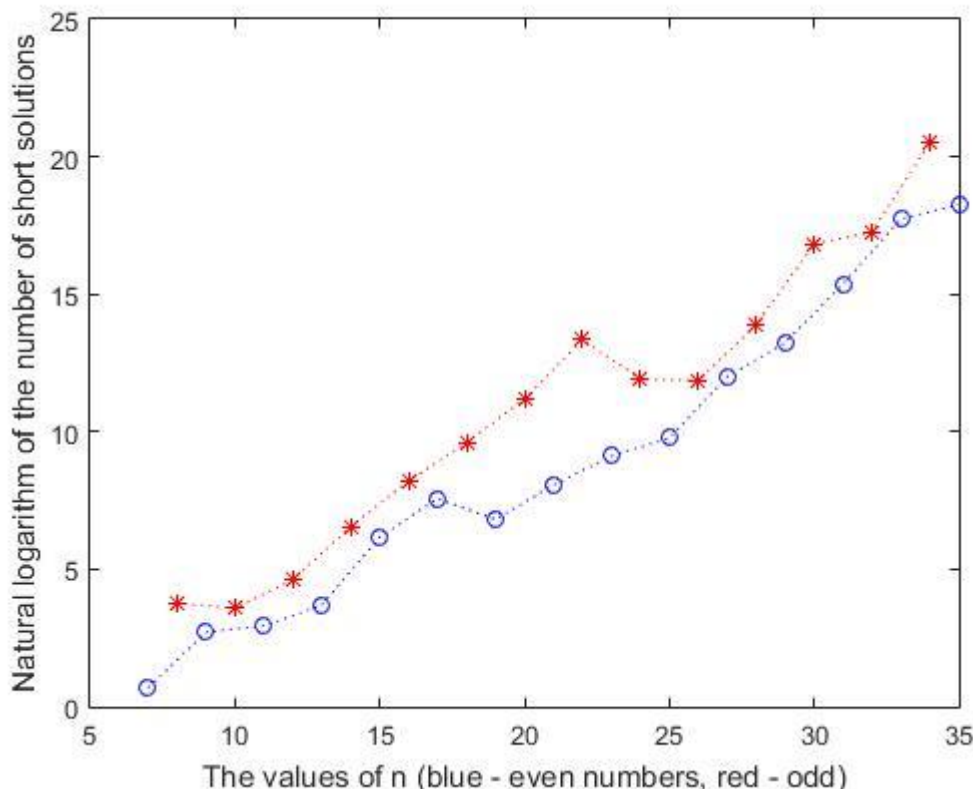
**Fig. 6.** Visualisation of BackTracking (**red**) and ForwardTracking (**blue**) for first **194** steps of search of solution (**n=10**)

Any algorithm for solving such a problem will be effective if it contains a mechanism that will exclude all (or part) branches leading to short solutions.

### 6. After what number of short solutions does the first complete solution appear?

Considering that complete solutions appear unequally at different sections of the list of all solutions, it is important to find out through what number of short solutions the first complete solution appears. To this end, for the values  $n = 7, \dots, 35$ , all short solutions were sequentially calculated before the first complete solution appeared. As can be seen from [Figure 6](#), where the graph of the dependence on  $n$ , the natural logarithm of the step number is presented, when the first complete solution appears, for even values of  $n$  the first complete solution appears much later than for the nearest odd values of  $n$ . For example, for an odd value of  $n = 21$ , the first complete solution appears at step 3138, and for the next, even value of  $n = 22$ , the first complete solution appears at

628169 step. Accordingly, for the next, odd value of  $n = 23$ , the first complete solution appears at step 9155. The number of iteration steps for even  $n = 22$ , respectively, is 200.2 and 68.6 times greater than for the nearest odd values. Especially evident in the counting time, this is manifested for  $n = 34$ . Here, the first complete solution appears on the step 826 337 184, and for the nearest odd numbers (33, 35), respectively at step 50 704 900 and 84 888 759. It should also be said about the violation of the monotonicity of the growth of the number of short solutions until the appearance of the first complete solution, with increasing  $n$ . For even values of  $n$ , this occurs for  $n = 19$ , for odd ones, for  $n = 24$  and  $n = 26$ .



**Fig 7.** Number of short solutions until first complete solution appears for different  $n$

7. Is the frequency of occurrence of cells of each line in the list of all complete solutions identical?

The  $n \times n$  size solution matrix, which is an analog of the chessboard, is like the scene where all events occur. Any complete solution formed on this scene consists of cell indices of different rows, since each such cell is a node in the solution search branch into the depth. The question that will interest us – is the activity of cells in each row the same, when forming a list of all complete solutions? Obviously, the higher the value of the frequency, the higher the activity of this cell will be in the formation of the list of complete solutions. To establish this, we define for each row on the basis of a list of all complete solutions, the relative frequency of occurrence of different indices. First, we perform an analysis for a solution matrix of size  $n = 8$ . Let's consider sequentially each row of the storage array of complete solutions and determine the frequency of different index values. In Table 2, the corresponding values of the absolute frequencies of the activity of the different cells in each of the eight rows are presented, and in Figure 6 shows a group of 4 graphs, where each graph characterizes the change in relative frequencies within a single row. One of the fundamentally important conclusions that can be drawn from an analysis of all the data obtained is as follows:

- for a matrix of a solution of arbitrary size  $n \times n$ , the activity of the cells of the  $i$ -th row coincides with the activity of the cell  $n - i + 1$ , i.e. the activity of the cells of the first row always coincides with the activity of the cells of the last row, respectively, the activity of the cells of the

second row coincides with the activity of the cells of the penultimate row, and so on. In [Table 2](#), for clarity, the frequencies of the first and eighth row and column cells are highlighted in bold.

**Table 2.** Absolute frequency of cell activity in each of the eight rows of the solution matrix 8x8, obtained on the basis of an analysis of the list of all complete solutions

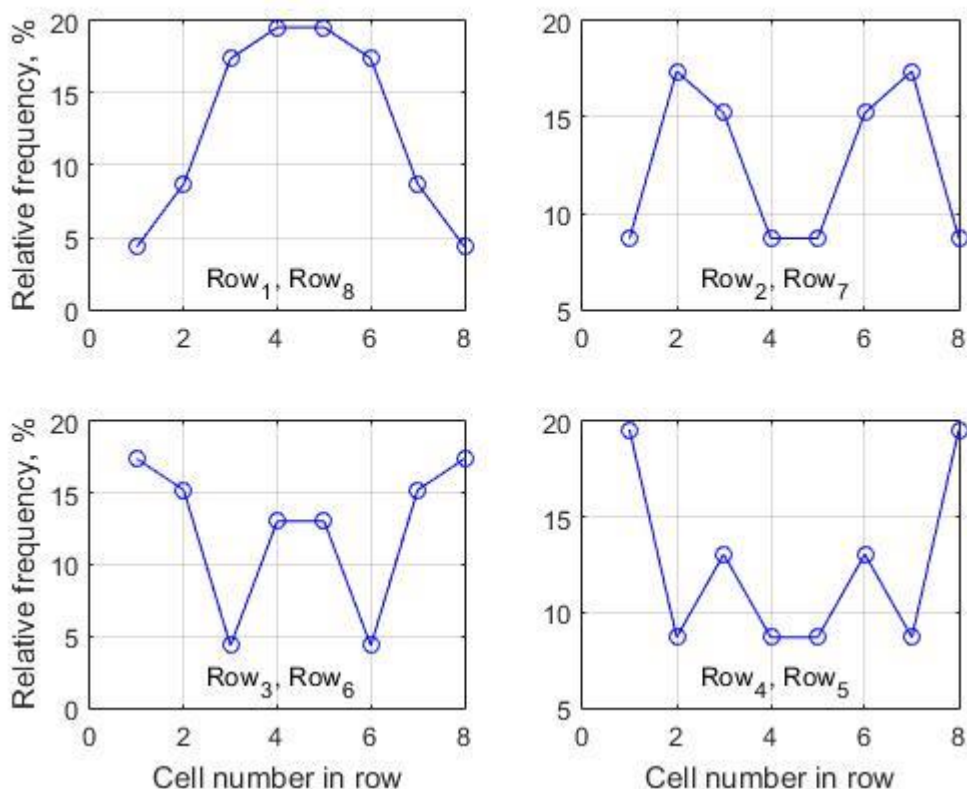
row\col	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>1</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>16</b>	<b>18</b>	<b>18</b>	<b>16</b>	<b>8</b>	<b>4</b>
2	<b>8</b>	16	14	8	8	14	16	<b>8</b>
3	<b>16</b>	14	4	12	12	4	14	<b>16</b>
4	<b>18</b>	8	12	8	8	12	8	<b>18</b>
5	<b>18</b>	8	12	8	8	12	8	<b>18</b>
6	<b>16</b>	14	4	12	12	4	14	<b>16</b>
7	<b>8</b>	16	14	8	8	14	16	<b>8</b>
<b>8</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>16</b>	<b>18</b>	<b>18</b>	<b>16</b>	<b>8</b>	<b>4</b>

- in the case when  $n$  is odd, only the median row of the solution matrix does not have a symmetric pair, for all other cells the above rule is valid.

We call this, "the property of horizontal symmetry of the activity of cells of different rows of the solution matrix". For this reason, we gave only 4 graphs for a matrix of a solution of size  $n = 8$ , since the cell activity graphs for rows (1, 8), (2, 7), (3, 6) and (4, 5) are completely identical.

It should also be noted that all graphs are symmetric with respect to the vertical axis dividing the matrix into two equal parts (in the case of an even value of  $n$ ), or passing through a median column (in the case of an odd value of  $n$ ). We call this, "the property of vertical symmetry of the activity of cells of different rows of the solution matrix". From [Table 2](#), it is seen that the 1st column completely coincides with the last column and they are completely identical to the values of the first row. Similarly, the second column completely coincides with the seventh column, and their values completely coincide with the second row, etc. This means that the frequencies in the solution matrix are symmetric with respect to the left and right main diagonals.

I think that the presence of limiting rules in the formulation of the problem, and the associated property of nondeterminism, "create" some kind of harmonious relationship between nodes in different lines. Those branches of search that fit into these rules - lead to the formation of a complete solution. The remaining branches of the search, at some point violate these rules, and in the end, "complete their way" in the form of short solutions. Here it should be noted that the cells of the solution matrix have only a local relationship within the projection impact group. There are no prescribed rules for concerted action between them. Collective activity of cells is only a consequence of the result of the impact of restrictive rules. Therefore, an interesting question remains open, how the restrictive rules, as factors of nondeterminism, influence the cells of the solution matrix, which ultimately leads to the formation of a "harmonious" matrix of cell activity – symmetric with respect to the horizontal and vertical axes, as well as relative to the left and right principal diagonals. Is this a characteristic property of only this task, or does it occur for other nondeterministic tasks?

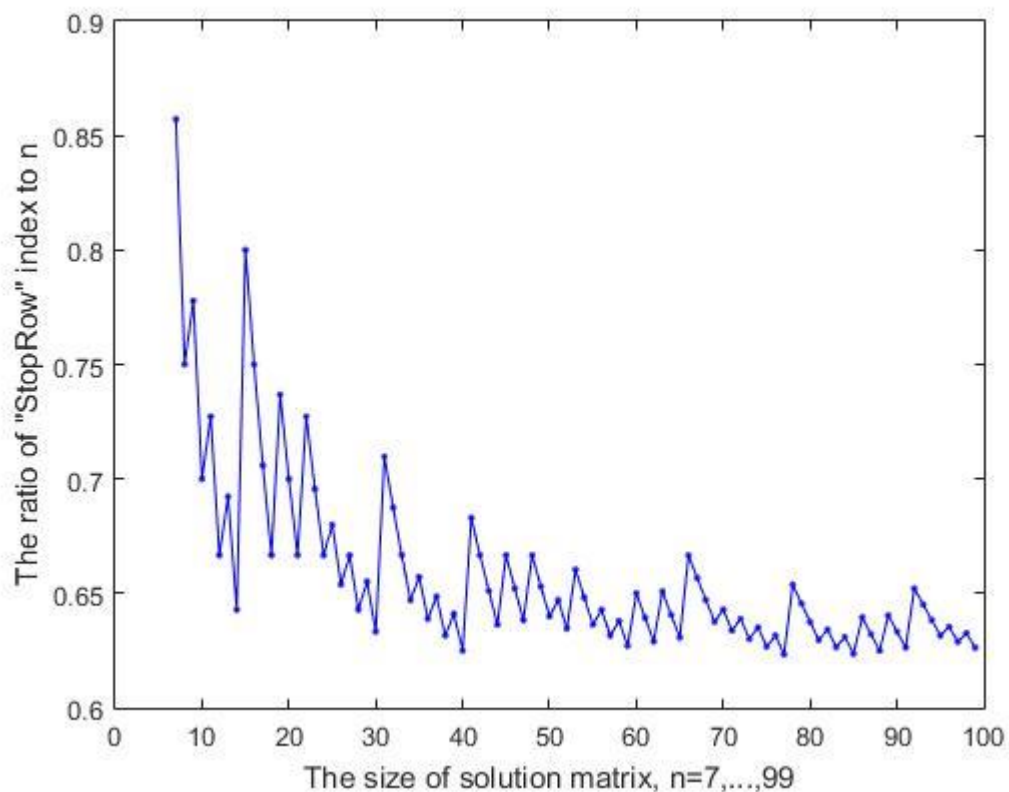


**Fig. 8.** The activity of the cells of each row when forming a list of complete solutions, **n=8**

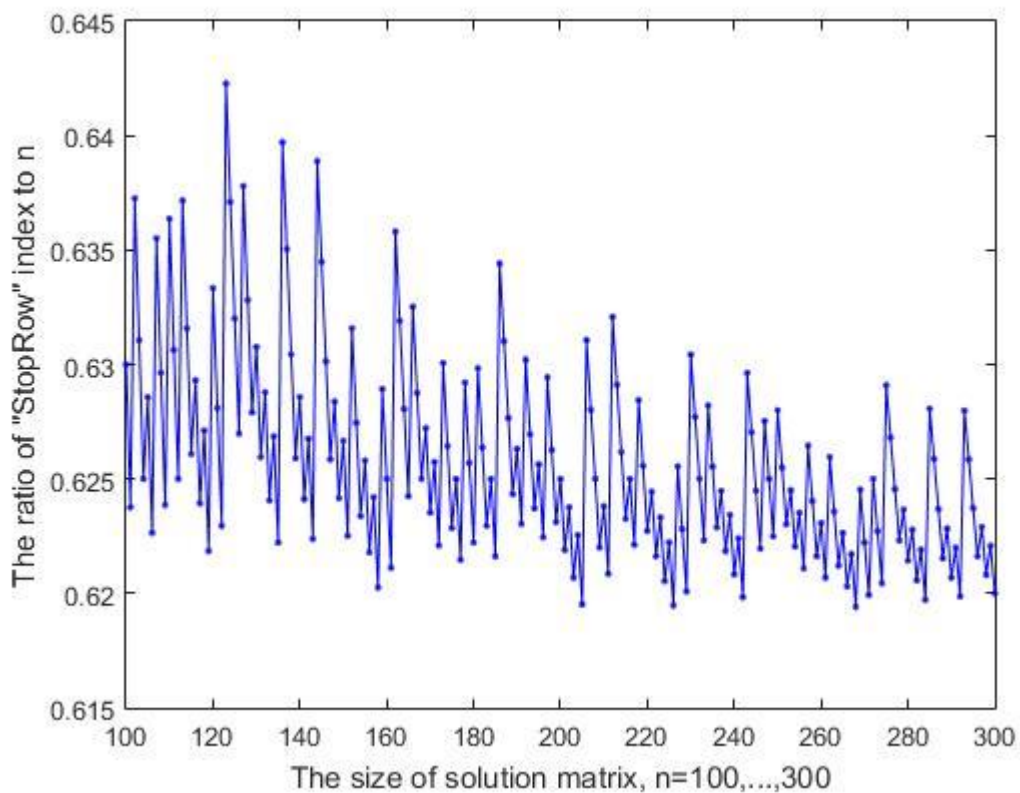
8. From which row number is the Forward Tracking – Back Tracking algorithm included?

If we follow the sequence of the algorithm's actions, when a row is selected in the solution matrix for the location of the queen, we can see that starting with some row, which we will call "StopRow", there is a "slowdown" of the process of moving forward. In the search branch, this row is the first, where there are problems with the presence of a free position for the location of the queen. It is from this line that the Forward Tracking algorithm is used to move forward or Back Tracking – to clear traces of previously performed actions, and to return back. This is the row on which the first short solution appears.

The index of "StopRow", with which difficulties begin to move forward, depends on the size of the solution matrix. If we consider the ratio of this index, which we denote by StopInd to the size of the solution matrix  $n$ , then, as can be seen from the Figure 9-1, where the calculation results for the initial values  $n = 7, \dots, 99$  are presented, this ratio varies more or less and tends to decrease. As the value of  $n = (100, \dots, 300)$  increases, this ratio ranges from 0.619 to 0.642 (Figure 9-2), and with a further increase in  $n$ , we get the following results (successively:  $n$  (StopInd, StopInd /  $n$ ): 1000 (619, 0.6190), 2000 (1239, 0.6195), 3000 (1856, 0.6187), 4000 (2473, 0.6182), 5000 (3091, 0.6182). It is surprising, but it can be argued that the stop line divides the matrix according to the rule of the golden section: namely, the StopInd /  $n$  relation differs from  $(n - \text{StopInd}) / \text{StopInd}$  by a small value, which tends to zero with increasing  $n$ . For example, for  $n = 5000$ , the difference between the ratios  $3091/5000$  and  $1909/3091$  is 0.006, which means less than 0.1% of the average of these two ratios.



**Fig. 9-1.** Dependence the ratio of **StopRow** index to **n** on the solution matrix size (part-1)



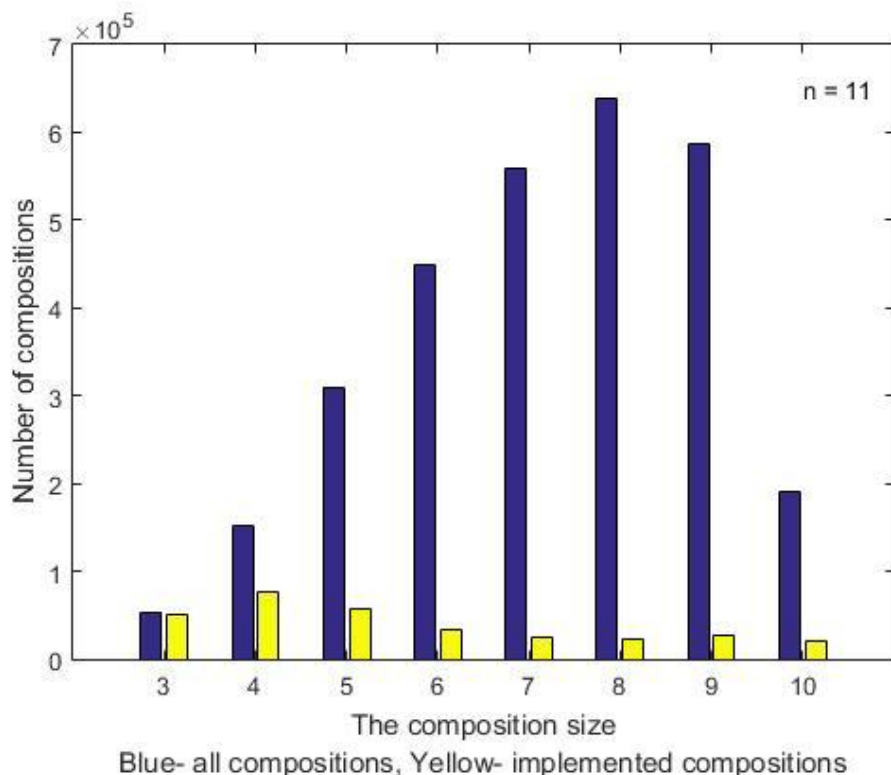
**Fig. 9-2.** Dependence the ratio of **StopRow** index to **n** on the solution matrix size (part-2)

The graph presented in two figures [Figure 9-1, 2](#) has not a random form of variability, which resembles a record on the "music camp". One can see repeated jumps upward and a stepwise fall down with some irregular periodicity. Obviously, there is some reason for this behavior of the curve, and perhaps this will be of interest for the study. For this reason, for a more detailed visualization, the graph was presented in two figures.

9. What is the probability of completion an arbitrary composition of  $k$  queens to a complete solution?

To answer this question, we need to determine all possible admissible combinations of  $k$  queens ( $k = 2, \dots, n-1$ ) for each of the considered values of the size  $n$  of the solution matrix. Here, by permissible compositions, we mean such combinations that do not contradict the conditions of the task. After this, we can compare the resulting list of compositions with a list of complete solutions and determine the number of those compositions that are at least once found in any of the complete solutions. Obviously, in the process of generating these compositions, we must keep the queen's position to the row index in order to make a correct comparison. Such a format of data representation will allow us, for example, to confirm that for  $n = 10$ , the composition of two queens  $(0,0,7,0,0,0,0,3,0,0)$  can be supplemented to a complete solution, since the active positions in this composition, coincide with the corresponding positions in the solution  $(1, 5, 7, 10, 4, 2, 9, 3, 6, 8)$ , which is the first in the list of complete solutions for  $n = 10$ .

We made a selection of all possible combinations of  $k$  queens based on a pseudo-random number generator, taking into account the limiting rules: "in each line, each column, and on the left and right diagonals passing through the cell where the queen is located, there should not be more than one queen". At the same time, we observed two conditions: a) the generation was carried out for a sufficiently large number of samples in order to cover all possible combinations with a high probability; b) before the analysis, classification of the obtained data was carried out, and those samples that coincided with the already selected compositions were excluded from the sample. It should be noted that this is a fairly time-consuming computational task, since the sample sizes are very large. Further analysis was carried out only on the basis of unique compositions. This way of generating combinations of  $k$  queens, quite accurately characterizes the variety of compositions in a real situation.



**Fig. 10.** The number of initial and implemented compositions of different size for the solution matrix 11x11



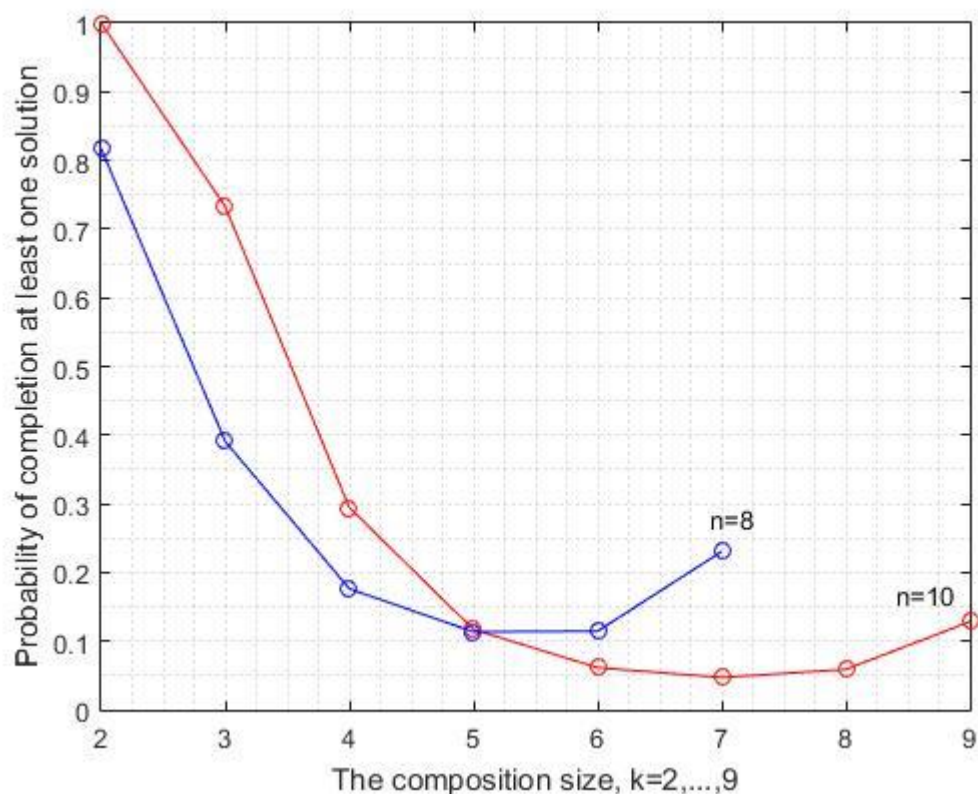
It should be noted that the calculations that we carried out for the same value of  $k$  yielded very similar results. This is due to the observance of the generation condition for a sufficiently large sample of random compositions. For example, for  $n = 11$ , the following samples of unique compositions were obtained (the value of  $k$  is given, and the sample size of unique compositions is indicated in parentheses): 3 (53190), 4 (151786), 5 (309764), 6 (449629), 7 (558196), 8 (637556), 9 (586628), 10 (191414). In order to obtain such samples, we each time generated one million compositions, some of which, then, as a result of classification, were filtered out. Calculations were carried out by us for ten values of the solution matrix,  $n = 7, \dots, 16$ .

**Table 3.** The probability of completion to obtain the complete solution of an arbitrary composition of  $k$  queens located on a  $n \times n$ -size solution matrix ( $n = 8, 9, 10$ )

$k \setminus n$	8	9	10
2	0.8168	0.9817	1.0000
3	0.3907	0.6569	0.7326
4	0.1763	0.2942	0.2944
5	<b>0.1136</b>	0.1463	0.1170
6	0.1145	<b>0.1061</b>	<b>0.0615</b>
7	0.2306	0.1185	0.0471
8		0.2290	0.0589
9			0.1284

Some of these results are presented in [Table 3](#), ( $n = 8, 9, 10$ ). In [Figure 10](#), as an example, for a  $11 \times 11$  size solution matrix, a set of bar charts is presented that correspond to the sample size of the generated compositions and the sample size of those compositions that have been confirmed, at least in one solution, from the list of complete solutions. Accordingly, and in [Figure 11](#), for  $n = 8, 10$ , we presented graphs of the change in the probability of completion to obtain a complete solution. The most important conclusions that can be drawn from the analysis of the results obtained are as follows:

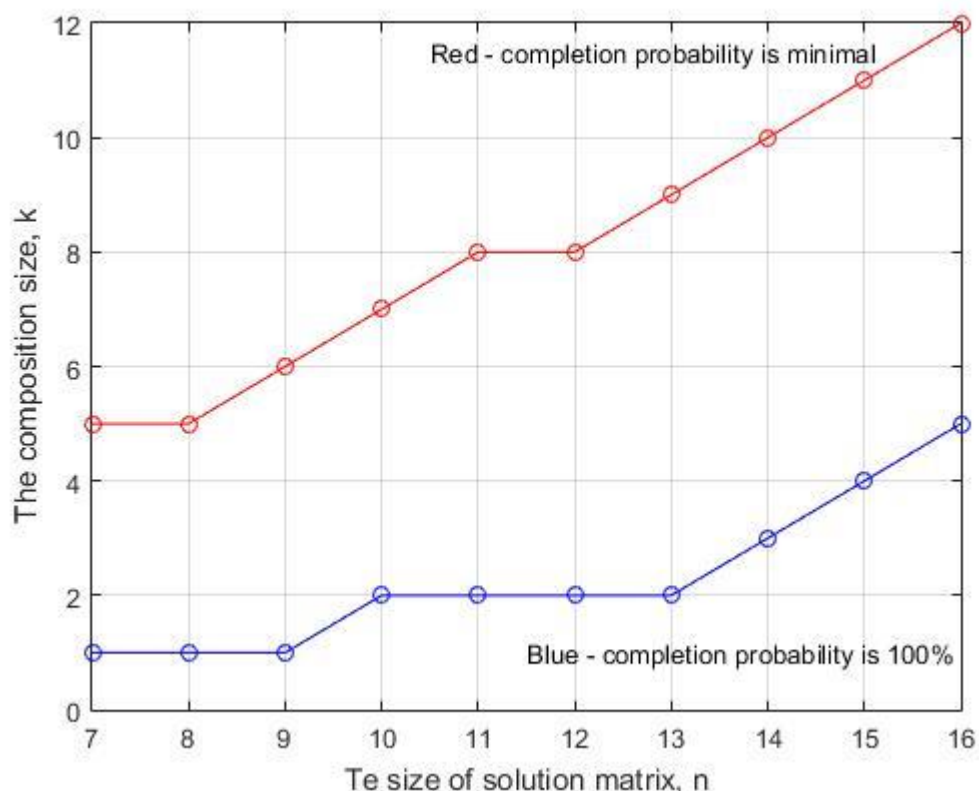
a) the probability of completing to obtain the complete solution of an arbitrary composition of  $k$  queens is not a constant value. The value of this probability gradually decreases to a certain minimum value, and then increases with increasing value of  $k$ . This is true for a matrix of a solution of any size. For example ([Table 3](#), [Figure 11](#)), for  $n = 10$ , a minimal probability is 0.0471. This corresponds to compositions consisting of 7 queens. If we increase the size of the composition to 9, then the probability of completion increases to 0.1284, which is 2.73 times greater than at the minimum point.



**Fig. 11.** Probability of completion to full solution depending on the number of queens in the composition. **Blue-** solution matrix **8x8**, **red - 10x10**

b) for each value of the solution matrix  $n$ , there is a certain minimum value of the composition size  $k_0$ , such that any composition whose size is less than or equal to  $k_0$  can be completed to a complete solution. For values of  $n = 7, 8, 9$ , the value of  $k_0 = 1$ . This means that not every composition of the two queens, from the list of acceptable compositions, can be completed to a full solution. For example, for  $n = 8$ , the probability of completing to obtain the complete solution of an arbitrary composition of two queens is equal to 0.8168. As the value of  $n$  increases, the corresponding value of  $k_0$  increases. For example, for  $n = 16$ , the value  $k_0 = 5$ . This means that for a  $n=16$  solution matrix, any composition formed in an allowable search space, whose size is less than or equal to 5, can be completed to a full solution.

In Figure 12, depending on the value of  $n$  (7, ..., 16), two graphs are presented: the first is the size of the composition  $k$ , at which the probability of completing to the full solution is minimal, on the second – the size of the composition, which can always be completed to obtain full solution. It is seen that the values of both these indicators increase with increasing  $n$ .



**Fig. 12.** The composition size at which the probability of completing is minimum (red) or equal 100 % (blue)

### 3. Conclusion

An analysis was carried out of the sequence of all solutions (both short and complete) for different values of the solution matrix ( $n = 7, \dots, 16$ ). As a result, it was established that for an arbitrary solution matrix of size  $n \times n$ , the following statements hold:

1. Although the number of complete solutions increases exponentially with increasing value of  $n$ , however, their share in the general list of all solutions decreases.
2. Complete solutions are distributed in a sequential list of all solutions in such a way that they are found in the list with the greatest frequency, located close to each other.
3. There is a symmetry in the order of the location of the complete solutions in the general list of all solutions, with respect to the axis passing through the middle of the general list. For any value of  $n$ , if the solution is complete in the sequential list of all solutions in the  $i$ -th position from the beginning of the list, then the symmetric solution from the end of the list in the position  $m - i + 1$  will also be complete (rule of symmetry of solutions). Here  $m$  is the size of the general list of all solutions.

The consequence of this rule is the fact that for any value of  $n$ , the number of complete solutions will always be an even number. (All the lists of complete solutions found so far are even numbers).

4. Any pairs of solutions (both short and full) arranged symmetrically in a successive list of all solutions, with respect to the axis passing through the middle of the list, are complementary – the sum of the indices of the positions of the corresponding rows is a constant value and is equal to  $n + 1$  (the complementarity rule for the solutions).

This rule means that if a complete solution is obtained at the  $i$ -th step, then the symmetric complete solution at step  $m - i + 1$  becomes known. Therefore, when searching for all complete solutions, it is sufficient to find only the first half of all complete solutions. The second half of the list of complete solutions can be determined from the solutions already obtained, on the basis of the complementarity rule.

The criterion that half of the list of complete solutions is reached is the fulfillment of the complementarity rule between the previous complete solution and the subsequent one, that is, it is necessary that the sum of each pair of corresponding values of the indices of two successive solutions be equal to  $n + 1$ .

5. In a sequential list of all solutions, the first complete solutions appear after a certain number of short solutions. For even values of  $n$ , the first complete solution appears much later than for the nearest odd values of  $n$ . For example, for  $n = 34$ , the first complete solution appears at 826 888 759th step, and for the nearest odd numbers (33, 35), respectively at 50 704 900th and 84 888 759th steps.

6. The activity of the cells of the solution matrix is symmetrical about the axis passing through the middle of this matrix. This means that the activity of the cells of the  $i$ -th row always coincides with the activity of the cell  $n - i + 1$ , i.e. the activity of the first line always coincides with the activity of the cells of the last row, respectively, the activity of the second line - coincides with the activity of the penultimate line, etc. By activity is meant the frequency with which the cell appears in the corresponding row of the list of complete solutions.

7. The row in the solution matrix, where difficulties begin to move forward, and the first short solution is formed, divides the matrix according to the rule of the golden section. For small values of  $n$ , such a conclusion is approximate, but with an increase in the value of  $n$ , the accuracy of such an output asymptotically increases to the level of the standard rule.

8. The probability of completion to a full solution an arbitrary composition of  $k$  queens, gradually decreases with increasing value of  $k$  to a certain minimum, and then increases, with a further increase in the value of  $k$ .

9. There is some minimum value of the size of the composition  $k_0$ , such that any composition whose size is less than or equal to  $k_0$  can be completed to a complete solution.

Another rule that I would like to add to the list is the following:-in any problem connected with the formation of the branch of the search for solutions in the state space, in the presence of constraints, there must exist some rules for harmonious relations between all nodes of the branch of the search for solutions. The presence of bounding rules in the formulation of the problem, and the related property of nondeterminism "form" some kind of harmonious relation between the nodes of the search branch. This means that the relationship between the nodes of the branch of search for a solution is not accidental. Only those branches of the search, which fit into the harmonious rules of relations inherent in the given problem, lead to the formation of the correct solution. The remaining branches of the search, which at some point "violate" these rules, are ultimately excluded from consideration, as they lead to incorrect solutions. I think that such a fact can also occur in some other nondeterministic problems of forming a search branch in the state space under constraints.

I have considered only some questions that can be formulated on the basis of the results of solving the  $n$ -Queens Problem. I hope that the obtained results will make the mechanisms of the formation of nondeterministic processes and changes in the state space more transparent for understanding. Perhaps this will serve as a fulcrum for formulating new tasks and moving ahead.

## References

- [Bezzel, 1848](#) – *Bezzel M.* (1848). Proposal of 8-queens problem, *Berliner Schachzeitung*. 3, 363.
- [Nauck, 1850](#) – *Nauck F.* (1850). Briefwechseln mit allen fur alle, *Illustrierte Zeitung*. 15 (377): 182. September 21 ed.
- [Bell, Stevens, 2009](#) – *Bell J., Stevens B.* (2009). A survey of known results and research areas for  $n$ -queens. *Discrete Mathematics*. 309: 1–31.
- [Gent et al., 2017](#) – *Gent I. P., Jefferson C., Nightingale P.* (2017). Complexity of  $n$ -Queens complmpletion. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 59: 815-848.
- [Priestley, Ward, 1994](#) – *Priestley H.A., Ward M.P.* (1994). A Multipurpose Backtracking Algorithm. *Journal Of Symbolic Computation*, 18.1: 1-40.
- [Sosic, Gu, 1994](#) – *Sosic. R., Gu J.* (1994). Efficient local search with conflict minimization: A case study of the  $n$ -queens problem. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 6(5): 661-668.

[Mańdziuk, 2002](#) – *Mańdziuk J.* (2002). Neural networks for the N-Queens Problem: a review. *Control and cybernetics*. v.31, № 2.

[Farhan et al., 2015](#) – *Farhan A.S., Tareq W. Z., Awad F. H.* (2015). Solving N Queen Problem using Genetic Algorithm. *International Journal of Computer Applications*. Volume 122 – No.12.

[Kosters, 2017](#) – *Kosters W.* (2017). n-Queens – 339 references. [Electronic resource]. URL: [www.liacs.leidenuniv.nl/~kosterswa/nqueens/](http://www.liacs.leidenuniv.nl/~kosterswa/nqueens/)

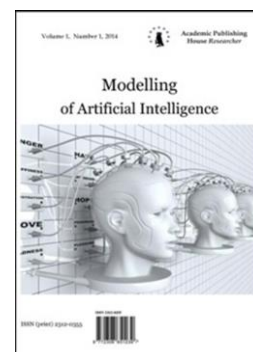
[Sloane, 2016](#) – *Sloane N.J.A.* (2016). The on-line encyclopedia of integer sequences. [Electronic resource]. URL: <https://oeis.org/search?q=A000170&language=english&go=Search>

Copyright © 2018 by Academic Publishing House Researcher s.r.o.



Published in the Slovak Republic  
 Modeling of Artificial Intelligence  
 Has been issued since 2014.  
 E-ISSN: 2413-7200  
 2018, 5(1): 22-28

DOI: 10.13187/mai.2018.1.22  
[www.ejournal11.com](http://www.ejournal11.com)



## Gas Storage Valuation based on Spot Prices

Hagop Kechejian <sup>a</sup>, Victor K. Ohanyan <sup>b, \*</sup>, Vardan G. Bardakhchyan <sup>b</sup>

<sup>a</sup>Freepoint Commodities, Stanford, CT, USA

<sup>b</sup>Yerevan State University, Armenia

### Abstract

In the paper we present an algorithmic approach for gas storage valuation. The gas price term structure is described by Andersen's commodity model in Carmona-Ludkovski framework. We first derive Hamilton-Jacobi-Bellman equation for this case, and then switch to algorithmic approach to find the optimal solution under Bellman condition.

**Keywords:** Hamilton-Jacobi-Bellman equation, Gas storage valuation, Commodity futures.

### 1. Introduction

The present paper continues the investigations begun in Kechejian, Ohanyan, 2015, Kechejian, Ohanyan, Bardakhchyan, 2016a and Kechejian, Ohanyan, Bardakhchyan, 2016b, dealing with pricing of derivative products based on futures price term structure described according Andersen's model (Andersen, 2008).

Gas storage valuation methods are generally modelled as maximal expected value of optimally controlled value process (Kechejian, Ohanyan, 2012).

### 2. Results

As in Carmona, Ludkovski, 2006 we approach the optimal gas storage management as a switching process, described by three states or equivalently by three value of control;  $u(t) \in \{-1; 0, 1\}$ , where 1 is the state when we withdraw some gas from the storage, -1 when we inject gas into the storage, and 0 when nothing is done, hence capacity changes are described by the sign of control  $u$ .

Here we stay the formulations of Carmona and Ludkovski, with some subtle modifications. We denote the capacity of storage by  $C(u(t), t)$ , the gas spot price by  $G(t)$ , direct costs by  $K(u(t), t, C(u, t))$ , and we also allow for fuel and commodity charges when injecting or withdrawing gas. We have the following description of instantaneous income process  $\psi(u(t), t, C(u, t), S(t))$ .

$$\begin{cases} \psi(-1, t, C, S) = -G(t)b_{-1}(t) - K(-1, C(t)); & \text{and} & dC(t) = a_{-1}(t)dt \\ \psi(0, t, C, S) = -K(0, C(t)); & \text{and} & dC(t) = a_0(t)dt \\ \psi(1, t, C, S) = S(t)b_{-1}(t) - K(1, C(t)); & \text{and} & dC(t) = a_1(t)dt \end{cases}$$

---

\* Corresponding author

E-mail addresses: [hkechejian@hotmail.com](mailto:hkechejian@hotmail.com) (H. Kechejian), [victoohanyan@ysu.am](mailto:victoohanyan@ysu.am) (V.K. Ohanyan), [vardanbardakhchyan@gmail.com](mailto:vardanbardakhchyan@gmail.com) (V. G. Bardakhchyan)

Hence the general formulation of the control problem is:

$$V(t, s, c, u) = \sup_{u \in U} E_t \left[ \int_t^T e^{-r(v-t)} \psi(u(v), v, C(u, v), S(v)) dv \mid G(t) = g; C(\cdot, t) = c \right]$$

Compare this with original formulation in Carmona, Ludkovski, 2006. Here  $r$  is discount rate, and  $U$  is a set of all adapted processes.

### Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) equation for Anderson spot prices models

We assume that the commodity future process is described by Andersen's model (Andersen, 2008). The general model is described by stochastic differential equation (SDE) constituting a Markov process.

$$\frac{dF(t, T)}{F(t, T)} = \sigma_1(t, T) dW_1(t) + \sigma_2(t, T) dW_2(t),$$

where

$$\sigma_1(t, T) = e^{b(T)} h_1 e^{-k(T-t)} + e^{a(T)} h_{\infty}; \quad \sigma_2(t, T) = e^{b(T)} h_2 e^{-k(T-t)}$$

and  $W_1(t)$  and  $W_2(t)$  are independent Wiener processes (Karatzas, Shreve, 1998; Miltersen, 2003; Pham, 2010).

Note that  $a$  and  $b$  differ from  $a_u$  and  $b_u$  in their definition.

To derive the spot price process, we use lemma 2 in (Andersen, 2008), and get the following.

$$\begin{aligned} dG(t) = & \frac{\partial F(0, t)}{\partial t} dt + \left( \frac{1}{2} (h_1^2 + h_2^2) e^{2a(t)+2d(t)} + \frac{1}{2} h_{\infty}^2 e^{2a(t)} \right) dt \\ - & \left( e^{2a(t)+2d(t)} (a'(t) + d'(t)) \frac{h_1^2 + h_2^2}{2k} (1 - e^{-2kt}) + \frac{h_1^2 + h_2^2}{2} e^{2a(t)+2d(t)} \right. \\ & \left. + e^{2a(t)+d(t)} (2a'(t) + d'(t)) \frac{h_1 h_{\infty}}{2k} (1 - e^{-kt}) + e^{2a(t)+d(t)} \frac{h_1 h_{\infty}}{2} e^{-kt} \right) dt \\ & + J_t (a'(t) + d'(t) - k) dt + h_1 e^{a(t)+d(t)} dW_1(t) + h_2 e^{a(t)+d(t)} dW_2(t) \\ - & \left( \frac{1}{2} e^{2a(t)+d(t)} (2a'(t) + d'(t)) \frac{h_1 h_{\infty}}{k} (1 - e^{-kt}) + \frac{1}{2} e^{2a(t)+d(t)} h_1 h_{\infty} e^{-kt} \right) dt \\ & + I_t a'(t) dt + e^{a(t)} h_{\infty} dW_1(t), \end{aligned}$$

where  $d(t) = a(t) + b(t)$ ,  $J_t$  and  $I_t$  have the following form:

$$J_t = e^{a(t)+d(t)} e^{-kt} \left( \int_0^t h_1 e^{ku} dW_1(u) + \int_0^t h_2 e^{ku} dW_2(u) \right); \quad I_t = e^{a(t)} h_{\infty} W_1(t),$$

or in differential form

$$\begin{aligned} dJ_t = & J_t (a'(t) + b'(t) - k) dt + h_1 dW_1(t) + h_2 dW_2(t) \\ dI_t = & I_t a'(t) dt + e^{a(t)} h_{\infty} dW_1(t) \end{aligned}$$

Next we bypass the Monte Carlo method of Carmona, Ludkovski, 2006 and use numerical methods for deterministic PDE rather than SDE.

We Like to use HJB equation in our case (see Kechejian, Ohanyan, 2015), however to do it we should have an SDE for spot prices in the form,

$$dG(t) = \mu(t, G(t)) dt + \sigma(t, G(t)) dW(t).$$

Where  $\sigma(t, S(t))$  is in matrix form.

However we note that in order to bring our SDE to the desirable form, we are to be able to express  $J_t = f(t, G(t))$ , and  $I_t = h(t, G(t))$ .

Using Ito formula for function  $f(t, x)$  we have

$$dJ_t = y(t) \cdot dt + (h_1 e^{a(t)+d(t)} + h_{\infty} e^{a(t)}) \frac{\partial f}{\partial x} dW_1(t) + h_2 e^{a(t)+d(t)} \frac{\partial f}{\partial x} dW_2(t)$$

Equating the coefficients of above SDE with the ones in the original SDE of  $J_t$ , we get the following system

$$\begin{cases} (h_1 e^{a(t)+d(t)} + h_{\infty} e^{a(t)}) \frac{\partial f}{\partial x} = h_1 \\ h_2 e^{a(t)+d(t)} \frac{\partial f}{\partial x} = h_2 \end{cases}$$

This system has no solution, or in other words there is no function for which  $J_t = f(t, S(t))$ .

The same can be stated for  $I_t = h(t, S(t))$ , i.e. there is no such  $h(t, x)$ .

And at last there are no function  $d(t, x)$ , and  $l(t, x)$ , for which  $J_t = d(t, I(t))$ , or  $I_t = l(t, J(t))$

So we come to an impasse while using two-dimensional HJB equation (for G and C).

We should rather use four-dimensional HJB equations for  $V(t, g, c, j, i, u)$ .

Restating the four SDE-s in a matrix form we have the following

$$\begin{pmatrix} dG_t \\ dI_t \\ dJ_t \\ dC_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu(t, S, I, J) \\ I_t a'(t) \\ J_t(a'(t) + b'(t) - k) \\ a_u(t) \end{pmatrix} dt + \begin{pmatrix} h_1 e^{a(t)+d(t)} + h_\infty e^{a(t)} & h_2 e^{a(t)+d(t)} \\ e^{a(t)} h_\infty & 0 \\ h_1 & h_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dW_1(t) \\ dW_2(t) \end{pmatrix},$$

where

$$\begin{aligned} \mu(t, S, I, J) = & \frac{\partial F(0, t)}{\partial t} + \left( \frac{1}{2} (h_1^2 + h_2^2) e^{2a(t)+2d(t)} + \frac{1}{2} h_\infty^2 e^{2a(t)} \right) \\ & - \left( e^{2a(t)+2d(t)} (a'(t) + d'(t)) \frac{h_1^2 + h_2^2}{2k} (1 - e^{-2kt}) + \frac{h_1^2 + h_2^2}{2} e^{2a(t)+2d(t)} e^{-2kt} \right. \\ & + e^{2a(t)+d(t)} (2a'(t) + d'(t)) \frac{h_1 h_\infty}{2k} (1 - e^{-kt}) + e^{2a(t)+d(t)} \frac{h_1 h_\infty}{2} e^{-kt} \left. \right) \\ & + J_t(a'(t) + d'(t) - k) \\ & - \left( \frac{1}{2} e^{2a(t)+d(t)} (2a'(t) + d'(t)) \frac{h_1 h_\infty}{k} (1 - e^{-kt}) + \frac{1}{2} e^{2a(t)+d(t)} h_1 h_\infty e^{-kt} \right) + I_t a'(t) \end{aligned}$$

For simplicity we write  $\mu(t, S, I, J)$  in the following form:

$$\begin{aligned} \mu(t, S, I, J) = & p(t, h_1, h_2, h_\infty, k, a(t), d(t), a'(t), d'(t)) + J_t(a'(t) + d'(t) - k) + I_t a'(t) \\ = & p + J_t(a'(t) + d'(t) - k) + I_t a'(t) \end{aligned}$$

Also we have used  $dC(t) = a_u(t)dt$ . We get the following form for HJB equation

$$\begin{aligned} \sup_{u \in U} \left[ & u(t)g(t)b_u - K_u(c(t)) + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial s} (p(t) + j(t)(a'(t) + d'(t) - k) + i(t)a'(t)) + \frac{\partial V}{\partial i} i(t)a'(t) \right. \\ & + \frac{\partial V}{\partial j} j(t)(a'(t) + d'(t) - k) + \frac{\partial V}{\partial c} a_u(t) \\ & + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial s^2} \left( (h_1 e^{a(t)+d(t)} + h_\infty e^{a(t)})^2 + h_2^2 e^{2a(t)+2d(t)} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial i^2} e^{2a(t)} h_\infty^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial i^2} (h_1^2 + h_2^2) \right. \\ & + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial s \partial i} h_1 h_\infty e^{2a(t)+d(t)} + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial s \partial j} (e^{a(t)+d(t)} (h_1^2 + h_2^2) + h_\infty e^{a(t)}) + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial j \partial i} h_1 h_\infty e^{a(t)} \left. \right) \\ & \left. - rV \right] = 0, \end{aligned}$$

where we have used

$$\psi(u, t, c, s) = u(t)g(t)b_u - K_u(c(t))$$

Here we note, that the main differential equation also contains term  $a_u(t)$ .

As the profit is linear to injection/withdrawal rates it is always optimal to inject/withdraw at maximum allowable rate.

### Algorithmic approach

Here we attempt to explicitly solve the stated problem in several steps (layers). To accomplish the latter, we propose the following algorithm. First divide the whole decision space into subclasses with no switching, 1 switching, 2 switching etc. strategies.

$$V = E \left( \int_0^T e^{-rs} \psi_{u_s}(G_s, \bar{C}_s(u)) ds \right)$$

$$u \in \{-1, 0, 1\},$$

$$\psi_{u_s}(G_s, \bar{C}_s(u)) = u G_s b_u(\bar{C}_s) - K_u(\bar{C}_s)$$

**No switching strategy** The only possible case with no change is of form (o,o)

$$V = E \left( \int_0^T e^{-rs} \psi_{u_s}(G_s, \bar{C}_s(u)) ds \right) = E \left( - \int_0^T e^{-rs} K_0(\bar{C}_s) ds \right) = - \int_0^T e^{-rs} K_0(\bar{C}_s) ds$$



**One switch strategy** The only feasible strategy is (-1,1). Here -1 means we are buying gas (injection), 1 means withdrawal.

For each such strategy the maximal V is obtained when we change our u at the most profitable time.

Let's denote it by  $t^*$ . V then becomes

$$V = E \left( \int_0^{t^*} e^{-rs} (-G_s b_{in}(\bar{C}_s) - K_{-1}(\bar{C}_s)) ds + \int_{t^*}^T e^{-rs} (G_s b_{out}(\bar{C}_s) - K_1(\bar{C}_s)) ds \right)$$

To obtain  $t^*$ , we should solve the following equation

$$\frac{\partial V}{\partial t} \Big|_{t=t^*} = 0$$

which becomes

$$E \left( e^{-rt^*} (-G_{t^*} b_{in}(\bar{C}_{t^*}) - K_{-1}(\bar{C}_{t^*})) \right) - E \left( e^{-rt^*} (G_{t^*} b_{out}(\bar{C}_{t^*}) - K_1(\bar{C}_{t^*})) \right) = 0$$

$$K_1(\bar{C}_{t^*}) - K_{-1}(\bar{C}_{t^*}) = (b_{out}(\bar{C}_{t^*}) - b_{in}(\bar{C}_{t^*})) E(G_{t^*})$$

From the above we get

$$E(G_{t^*}) = \frac{K_1(\bar{C}_{t^*}) - K_{-1}(\bar{C}_{t^*})}{b_{out}(\bar{C}_{t^*}) - b_{in}(\bar{C}_{t^*})} \quad 3.1$$

We also have a boundary conditions, for  $\bar{C}_t$ :

$$\bar{C}_0 = \bar{C}_T = 0,$$

since

$$\bar{C}_t = \int_0^t u(s) a_u(\bar{C}_s) ds.$$

We can rewrite the condition in the following manner

$$\bar{C}_T = \int_0^T u(s) a_u(\bar{C}_s) ds = \int_0^{t^*} a_{in}(\bar{C}_s) ds - \int_{t^*}^T a_{out}(\bar{C}_s) ds = 0$$

Then the boundary conditions can be written as

$$\int_0^{t^*} a_{in}(\bar{C}_s) ds = \int_{t^*}^T a_{out}(\bar{C}_s) ds \quad 3.2$$

If there is such  $t^*$ , then we have found the optimal switching time.

The existence of a solution is shown in Carmona, Ludkovski, 2006, for k switching options where  $\geq 1$ . So in general for 1 switching the existence of such solution may not be assured.

However, if we impose some additional conditions on the function  $K(C(t))$ ,  $C(t)$ ,  $b_u$  and  $a_u$ , we can guarantee its existence.

Moreover, if the system (3.1) and (3.2) are incompatible, then this will imply that our maximum is on the boundary, which contradicts (3.2). So this implicitly imply that (0,0) is better than (-1,1).

The uniqueness is also obvious as  $a_u(C) > 0$ , whenever  $C > 0$ , regardless of u. So in (3.2) the left part is increasing, and the right part is decreasing in  $t^*$ .

$E(G_{t^*})$  is constant, as  $G_t$  is martingale (see Andersen, 2008), hence if  $\frac{K_1(\bar{C}_{t^*}) - K_{-1}(\bar{C}_{t^*})}{b_{out}(\bar{C}_{t^*}) - b_{in}(\bar{C}_{t^*})}$  is decreasing in  $t^*$ , (3.1) will also have unique solution.

What remains to show is the coincidence of unique solutions of (3.1) and (3.2).

The latter can't be shown without an explicit form of K, and relation of  $b_u(\cdot)$  and  $a_u(\cdot)$ .

In the case of two switching all possible variants are (0,-1,1); (-1,0,1) and (-1,1,0).

Let's look for example to the first one - (0,-1,1).

$$V = E \left( \int_0^{t_1^*} e^{-rs} (-K_0(\bar{C}_s)) ds + \int_{t_1^*}^{t_1^* + t_2^*} e^{-rs} (-G_s b_{in}(\bar{C}_s) - K_{-1}(\bar{C}_s)) ds \right. \\ \left. + \int_{t_1^* + t_2^*}^T e^{-rs} (G_s b_{out}(\bar{C}_s) - K_1(\bar{C}_s)) ds \right)$$

From which we have

$$\frac{\partial V}{\partial t} \Big|_{t=t_1^*} = 0 \quad \frac{\partial V}{\partial t} \Big|_{t=t_2^*} = 0$$

that is

$$\begin{aligned} & -E \left( e^{-rt_1^*} K_0(\bar{C}_{t_1^*}) \right) + E \left( e^{-r(t_1^*+t_2^*)} \left( -G_{t_1^*+t_2^*} b_{in}(\bar{C}_{t_1^*+t_2^*}) - K_{-1}(\bar{C}_{t_1^*+t_2^*}) \right) \right) \\ & - E \left( e^{-rt_1^*} \left( -G_{t_1^*} b_{in}(\bar{C}_{t_1^*}) - K_{-1}(\bar{C}_{t_1^*}) \right) \right) \\ & - E \left( e^{-r(t_1^*+t_2^*)} \left( G_{t_1^*+t_2^*} b_{out}(\bar{C}_{t_1^*+t_2^*}) - K_1(\bar{C}_{t_1^*+t_2^*}) \right) \right) = 0 \end{aligned}$$

and

$$E \left( e^{-r(t_1^*+t_2^*)} \left( -G_{t_1^*+t_2^*} b_{in}(\bar{C}_{t_1^*+t_2^*}) - K_{-1}(\bar{C}_{t_1^*+t_2^*}) \right) \right) - E \left( e^{-r(t_1^*+t_2^*)} \left( G_{t_1^*+t_2^*} b_{out}(\bar{C}_{t_1^*+t_2^*}) - K_1(\bar{C}_{t_1^*+t_2^*}) \right) \right) = 0$$

We can conclude that

$$-E \left( e^{-rt_1^*} K_0(\bar{C}_{t_1^*}) \right) - E \left( e^{-rt_1^*} \left( -G_{t_1^*} b_{in}(\bar{C}_{t_1^*}) - K_{-1}(\bar{C}_{t_1^*}) \right) \right) = 0$$

So, the final form will be

$$\begin{cases} E \left( K_0(\bar{C}_{t_1^*}) \right) - E \left( G_{t_1^*} b_{in}(\bar{C}_{t_1^*}) + K_{-1}(\bar{C}_{t_1^*}) \right) = 0 \\ E \left( -G_{t_1^*+t_2^*} b_{in}(\bar{C}_{t_1^*+t_2^*}) - K_{-1}(\bar{C}_{t_1^*+t_2^*}) \right) - E \left( G_{t_1^*+t_2^*} b_{out}(\bar{C}_{t_1^*+t_2^*}) - K_1(\bar{C}_{t_1^*+t_2^*}) \right) = 0 \end{cases} \quad 3.3$$

And the second equation will become

$$\int_0^{t_1^*} a_0(\bar{C}_s) ds + \int_{t_1^*}^{t_1^*+t_2^*} a_{in}(\bar{C}_s) ds - \int_{t_1^*+t_2^*}^T a_{out}(\bar{C}_s) ds = 0$$

Comparing the second equation of (3.3) and (3.1) one can see that they constitute the same time (or times) for second switching.

**General Case:** Finally let's consider the general case.

**For**  $n$  switches we have the following formula for  $V$

$$\begin{aligned} V &= E \left( \sum_{i=0}^n \int_{\sum_{k=0}^i t_k}^{\sum_{k=0}^{i+1} t_k} \left( u_i G_s b_{u_i}(\bar{C}_s) - K_{u_i}(\bar{C}_s) \right) ds \right) = \sum_{i=0}^n \int_{\sum_{k=0}^i t_k}^{\sum_{k=0}^{i+1} t_k} E \left( u_i G_s b_{u_i}(\bar{C}_s) - K_{u_i}(\bar{C}_s) \right) ds \\ &= \sum_{i=0}^n \int_{\sum_{k=0}^i t_k}^{\sum_{k=0}^{i+1} t_k} \left( u_i b_{u_i}(\bar{C}_s) E(G_s) - K_{u_i}(\bar{C}_s) \right) ds \\ &= G_0 \sum_{i=0}^n u_i \int_{\sum_{k=0}^i t_k}^{\sum_{k=0}^{i+1} t_k} b_{u_i}(\bar{C}_s) ds - \sum_{i=0}^n \int_{\sum_{k=0}^i t_k}^{\sum_{k=0}^{i+1} t_k} K_{u_i}(\bar{C}_s) ds, \end{aligned}$$

where we used the martingale property of  $G_s$  (Ross, Pekoz Erol, 2007).

Here  $\sum_{j=1}^n t_j = T$ ,  $t_0 = 0$  and  $u_i = u(t_i)$ , which is in general non-differentiable function at exactly  $n$  points.

However, if we have specified the vector  $(u_0, u_1, \dots, u_n)$ , than we can easily differentiate  $V$ , to maximize with respect to  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$  under the conditions of positivity ( $t_i > 0$ ).

For last switching time the following necessary condition for optimality should be,

$$G_0 \left( -u_n b_{u_n}(\bar{C}_{\sum_{k=0}^n t_k}) + u_{n-1} b_{u_{n-1}}(\bar{C}_{\sum_{k=0}^n t_k}) \right) + \left( K_{u_n}(\bar{C}_{\sum_{k=0}^n t_k}) - K_{u_{n-1}}(\bar{C}_{\sum_{k=0}^n t_k}) \right) = 0$$

Let's look back for the optimality of  $t_{n-1}$ , for which we get the following necessary condition

$$\begin{aligned} G_0 \left( -u_n b_{u_n}(\bar{C}_{\sum_{k=0}^n t_k}) + u_{n-1} b_{u_{n-1}}(\bar{C}_{\sum_{k=0}^{n-1} t_k}) - u_{n-1} b_{u_{n-1}}(\bar{C}_{\sum_{k=0}^n t_k}) + u_{n-2} b_{u_{n-2}}(\bar{C}_{\sum_{k=0}^{n-1} t_k}) \right) \\ + \left( K_{u_n}(\bar{C}_{\sum_{k=0}^n t_k}) - K_{u_{n-1}}(\bar{C}_{\sum_{k=0}^n t_k}) + K_{u_{n-1}}(\bar{C}_{\sum_{k=0}^{n-1} t_k}) - K_{u_{n-2}}(\bar{C}_{\sum_{k=0}^{n-1} t_k}) \right) = 0 \end{aligned}$$

From which subtracting the previous one we get

$$G_0 \left( -u_{n-1} b_{u_{n-1}}(\bar{C}_{\sum_{k=0}^{n-1} t_k}) + u_{n-2} b_{u_{n-2}}(\bar{C}_{\sum_{k=0}^{n-1} t_k}) \right) + \left( K_{u_{n-1}}(\bar{C}_{\sum_{k=0}^{n-1} t_k}) - K_{u_{n-2}}(\bar{C}_{\sum_{k=0}^{n-1} t_k}) \right) = 0$$

Finally all necessary conditions can be described by the following system,  $m = 1, \dots, n$

$$G_0 \left( -u_m b_{u_m} \left( \bar{C}_{\sum_{k=0}^m t_k} \right) + u_{m-1} b_{u_{m-1}} \left( \bar{C}_{\sum_{k=0}^m t_k} \right) + \left( K_{u_m} \left( \bar{C}_{\sum_{k=0}^m t_k} \right) - K_{u_{m-1}} \left( \bar{C}_{\sum_{k=0}^m t_k} \right) \right) \right) = 0; \quad 3.4)$$

If this system is incompatible, then one can infer that no  $n$  switching solution exists.

Also another condition should be satisfied is that  $C_0 = C_T = 0$ , or

$$\sum_{i=0}^n \int_{\sum_{k=0}^i t_k}^{\sum_{k=0}^{i+1} t_k} a_{u_i}(\bar{C}_s) ds = 0$$

In conclusion the algorithm should contain the following steps. First one should construct all feasible  $n$ -vectors for values of  $u$ . For each  $n$ -step the decision vector,

- must start either with 0, or with -1,
- must end either with 0 or with 1,
- no consecutive elements of the vector can be the same
- 1 cannot occur before the first occurrence of -1.
- Cannot have -1 after than last occurrence of 1.

After constructing all possible combinations satisfying above conditions, we can proceed to solving (3.4) for each of these cases. For the  $n$  step switching case we need also perform the procedure for case  $k < n$ , as there is no guarantee that the  $n$  -th step solution will result in more value than any  $k$ -th step, for  $k < n$ .

For implementation of this algorithm, we must have either functional form for functions  $K_u(\cdot)$ ,  $a_u(\cdot)$  and  $b_u(\cdot)$ , or some estimated dependence upon  $u$ .

### 3. Conclusion

We propose a simple algorithmic approach to evaluate the optimal strategy and value of gas storage. Though we haven't yet analyzed properties of convergences of proposed algorithm, the convergence itself is obvious as a consequence of Bellman principle (Shevre, 2008). At last without some explicit form of functions used, one can't proceed to numerical analysis. So at least some explicit relation is necessary for  $K$ ,  $a$  and  $b$ .

### 4. Acknowledgements

The present research of the second author was supported by the Mathematical Studies Center at Yerevan State University.

### References

- Andersen, 2008 – Andersen, L. (2008). Markov Models for Commodity Futures: Theory and Practice, 1-45.
- Carmona, Ludkovski, 2006 – Carmona, R., Ludkovski, M. (2010). Valuation of energy storage: an optimal switching approach. *Quantitative finance*, 10 (4), 359-374.
- Karatzas, Shreve, 1998 – Karatzas, I., Shreve, S.E. (1998). Brownian Motion and Stochastic calculus, 2nd ed., Springer-Verlag, New-York.
- Kechejian et al., 2016a – Kechejian, H., Ohanyan, V.K., Bardakhchyan, V.G. (2016). Monte Carlo method for geometric average options on several futures. *Russian Journal of Mathematical Research, Series A*, 1, 10–15.
- Kechejian et al., 2016b – Kechejian, H., Ohanyan, V.K., Bardakhchyan, V.G. (2016). Geometric average options for several futures. *Vestnik of Kazan State Power Engineering University*, 3(31), 171–180.
- Kechejian, Ohanyan, 2012 – Kechejian, H., Ohanyan, V.K. (2012). Tolling contracts. *Proceedings of the 6-th working conference "Reliability and optimization of structural systems"*, 231–236.
- Kechejian, Ohanyan, 2015 – Kechejian, H., Ohanyan, V.K. (2015). Tolling contracts with two driving prices. *Russian Journal of Mathematical Research, Series A*, 1, 14–19.
- Miltersen, 2003 – Miltersen, K. (2003). Commodity price modelling that matches current observables. *Quantitative Finance*, 3, 51–58.

[Pham, 2010](#) – *Pham, H.* (2010). Continuous-time Stochastic Control and Optimization with Financial Applications, Springer.

[Ross, Pekoz Erol, 2007](#) – *Ross, M., Peköz Erol A.* (2007). A Second Course of Probability, Boston, USA.

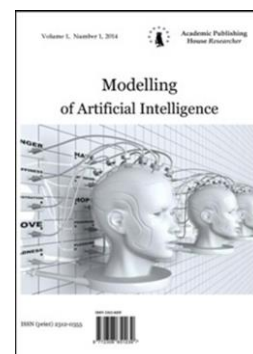
[Shevre, 2008](#) – *Shreve, S.E.* (2008). Stochastic calculus for finance II: Continuous-time models, 1st ed., Springer.

Copyright © 2018 by Academic Publishing House Researcher s.r.o.



Published in the Slovak Republic  
 Modeling of Artificial Intelligence  
 Has been issued since 2014.  
 E-ISSN: 2413-7200  
 2018, 5(1): 29-37

DOI: 10.13187/mai.2018.1.29  
[www.ejournal11.com](http://www.ejournal11.com)



## Evolutionary Operator for Calculating the Frequency of Occurrences of Alleles of STR Loci of the Following Generations, Taking into Account Mutations

Sardarkhodja K. Kurganov <sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup> Republican Centre of Forensic Expertise, Republic of Uzbekistan

### Abstract

In this paper, the limiting behavior of trajectories  $\omega(x^0) = \{x^0, Vx^0, V^2x^0, \dots\}$  of the evolution operator for STR loci (D8S1179, D21S11, D7S820, CSF1PO, D3S1358, TH01, D13S317, D16S539, D2S1338, D19S433, vWA, TPOX, D5S818, D18S51 and FGA) alleles without calculating the occurrence of mutations for the population.

**Keywords:** quadratic stochastic operator, simplex, STR locus, mutation rate.

### 1. Введение

Бурное и одновременное развитие методов ДНК-анализа для идентификации человека в различных странах привело к созданию баз данных STR-профилей. Требование совместимости растущих баз данных привело к решению задач, возникающих в области математической генетики, в которых можно использовать квадратичные стохастические операторы. Понятие квадратичных стохастических операторов было сформулировано С.Н. Бернштейном (Bernstein, 1924). Теория квадратичных стохастических операторов развивалась на протяжении более чем 90 лет, и по данному направлению было опубликовано много работ (Ganikhodzhaev, 1992; Lyubich, 1992; Курганов, 2013). В последние годы возрос интерес к данной теории, в связи с их частым использованием к задачам по математике, биологии и физике. В данной работе нами предлагается попытка моделирования картины варибельности, имеющей много аллельных вариантов, на примере генов STR локусов.

### 2. Результаты исследований

Для обеспечения наивысшего уровня достоверности результатов судебно-генетических экспертиз требуется установление частоты встречаемости каждого аллеля в исследуемой популяции. Для этого ранее были проведены исследования ДНК 1060 неродственных индивидуумов представителей коренной узбекской популяции из 13 регионов с использованием панели из 15 STR локусов (D8S1179, D21S11, D7S820, CSF1PO, D3S1358, TH01, D13S317, D16S539, D2S1338, D19S433, vWA, TPOX, D5S818, D18S51 и FGA) входящих в амплификационный набор “AmpFlSTR Identifiler kit” с последующим генотипированием на приборе ABI PRISM 3100 DNA Sequencer (Applied Biosystems, США) (Таблицы 1, 2) (Ахмедова и др., 2008).

\* Corresponding author

E-mail addresses: [sardorbioinformatik@mail.ru](mailto:sardorbioinformatik@mail.ru) (S.K. Kurganov)

**Таблица 1.** Аллельные частоты для D8S1179, D7S820, CSF1PO, TH01, D13S317, D16S539, D19S433, TPOX и D5S818 локусов

Аллели	D8S1179	D7S820	CSF1PO	TH01	D13S317	D16S539	D19S433	TPOX	D5S818
6		0,041		0,213					
7		0,02	0,001	0,212				0,002	0,017
8	0,011	0,193	0,001	0,13	0,156	0,02		0,543	0,004
9	0,009	0,095	0,036	0,262	0,099	0,202	0,002	0,105	0,052
9,3				0,166					
10	0,121	0,228	0,229	0,014	0,096	0,126	0,001	0,059	0,095
10,2							0,001		
11	0,06	0,232	0,313	0,003	0,286	0,224	0,003	0,254	0,346
12	0,101	0,187	0,337		0,271	0,253	0,051	0,034	0,307
12,2							0,003		
13	0,265	0,004	0,072		0,064	0,148	0,241	0,003	0,166
13,2							0,036		
14	0,22		0,008		0,027	0,025	0,284		0,013
14,2							0,061		
15	0,162		0,003		0,001	0,002	0,135		
15,2							0,099		
16	0,042						0,044		
16,2							0,027		
17	0,007						0,007		
17,2							0,001		
18	0,002						0,004		
MP	0,054	0,065	0,121	0,076	0,07	0,065	0,057	0,196	0,11
PD	0,946	0,935	0,879	0,924	0,93	0,935	0,943	0,804	0,89
PIС	0,8	0,78	0,68	0,76	0,77	0,78	0,8	0,58	0,71
PE	0,652	0,565	0,461	0,617	0,534	0,565	0,624	0,282	0,58
PI	2,88	2,28	1,79	2,62	2,12	2,28	2,68	1,23	2,25
Ho	0,826	0,777	0,728	0,809	0,764	0,78	0,813	0,592	0,869
He	0,824	0,808	0,729	0,797	0,796	0,81	0,823	0,625	0,746
χ2	0,03	2,75	0,18	0,53	3,4	0,3	0,3	2,4	2,1

**Таблица 2.** Аллельные частоты для D2S1338, vWA, D18S51 и FGA локусов

Аллели	D2S1338	vWA	D18S51	FGA
11			0,015	
12		0,001	0,126	
13		0,007	0,158	
14		0,094	0,255	
15	0,001	0,077	0,145	
16	0,013	0,237	0,123	
16,2			0,011	
17	0,11	0,258	0,083	

18	0,126	0,221	0,055	0,001
19	0,17	0,091	0,043	0,045
19,2				0,003
20	0,141	0,011	0,026	0,082
20,2				0,001
21	0,032	0,003	0,017	0,129
21,2				0,003
22	0,051		0,015	0,18
22,2				0,007
23	0,141		0,016	0,191
23,2				0,002
24	0,1		0,013	0,186
24,2				0,002
25	0,092		0,022	0,112
25,2				0,002
26	0,018			0,035
27	0,004			0,01
28	0,001			0,009
MP	0,028	0,063	0,032	0,039
PD	0,972	0,937	0,968	961
PIC	0,87	0,78	0,86	0,84
PE	0,719	0,548	0,734	0,719
PI	3,63	2,19%	3,83	3,63
Ho	0,862	0,772	0,869	0,862
He	0,881	0,797	0,87	0,857
$\chi^2$	1,7	3,73	0,0005	0,12

Примечание: MP – вероятность совпадений генотипа; PD – дискриминирующая сила; PIC – содержание информативных полиморфизмов; PE – исключаяющая сила, PI – индекс родительства; Ho – ожидаемая гетерозиготность; He – наблюдаемая гетерозиготность;  $\chi^2$  – разница между наблюдаемой и ожидаемой гетерозиготностью.

В данной работе нами предлагается попытка моделирования картины вариабельности коренной популяции Узбекистана через несколько поколений вперед с высокой достоверностью. Необходимо отметить, что научные исследования по этому вопросу в мире в настоящее время практически не проводятся. Для решения поставленной задачи были использованы модель Мальтуса (Malthus, 1798) и стохастическая модель построенный автором, которые можно использовать для прогнозирования состояния вариабельности популяции за несколько поколений вперед.

Приведем необходимые сведения из теории квадратичных стохастических операторов (Ganikhodzhaev, 1992).

В симплексе  $S^{n-1} = \{x = (x_1; x_2; \dots; x_n): \sum_{i=1}^n x_i = 1, x_i \geq 0\}$

рассмотрим эволюционный оператор популяции

$$(Vx)_k = x'_k = \sum_{i,j=1}^n P_{ij,k} x_i x_j, \quad k = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где,  $P_{ij,k} \geq 0, P_{ij,k} = P_{ji,k}, \sum_{k=1}^n P_{ij,k} = 1, x = (x_1; x_2; \dots; x_n) \in S^{n-1}$ . (2)

Условия положенные на коэффициенты  $P_{ij,k}$  обеспечивают сохранение симплекса  $S^{n-1}$ , т.е.  $V(S^{n-1}) \subset S^{n-1}$ .

Состояние аллелей можно задавать как набор  $x = (x_1^0; x_2^0; \dots; x_n^0)$  вероятностей разновидностей. Коэффициенты  $P_{ij,k}$  это вероятность появления к-той аллели при скрещивании i-той и j-той аллелей.

При панмиксии (случайное скрещивание), родительская пара аллелей образуется в состоянии  $x$  с вероятностью  $x_i x_j$ . Следовательно,

$$x_k = \sum_{i,j,k=1}^n P_{ij,k} x_i x_j, \quad k = \overline{1, n},$$

будет полной вероятностью.

Если в некотором поколении аллели находятся в состоянии  $x$ , то в следующем поколении она находится в состоянии  $x' = Vx$ .

Если поколения аллелей находятся по модели Мальтуса  $x'_k = \alpha_k x_k$ , где коэффициент  $\alpha_k$  предлагаем находить в следующем виде  $\alpha_k = [1 - \sum_{i=1}^n (x_i - x_k)x_i]$ ,  $k = 1, \dots, n$ , (3)

тогда эволюционный оператор (1-2) записывается в виде:

$$V \begin{cases} x'_1 = x_1[1 - (x_2 - x_1)x_2 - (x_3 - x_1)x_3 - (x_4 - x_1)x_4 - \dots - (x_n - x_1)x_n] \\ x'_2 = x_2[1 - (x_1 - x_2)x_1 - (x_3 - x_2)x_3 - (x_4 - x_2)x_4 - \dots - (x_n - x_2)x_n] \\ x'_3 = x_3[1 - (x_1 - x_3)x_1 - (x_2 - x_3)x_2 - (x_4 - x_3)x_4 - \dots - (x_n - x_3)x_n] \\ \vdots \\ x'_n = x_n[1 - (x_1 - x_n)x_1 - (x_2 - x_n)x_2 - (x_3 - x_n)x_3 - \dots - (x_{n-1} - x_n)x_{n-1}]. \end{cases}$$

Отметим, что вариабельность популяции, не зависит от пола индивидуума, т. е. мужские и женские особи в данной модели равноправны. Поэтому наша модель укладывается в модель бесполой генетических операторов.

А также имеются факты, свидетельствующие о подавлении темпов возникновения мутаций ( $\mu$ ) в STR локусах (Schlötterer, 2000). Существует несколько способов учета мутаций, в которых используется значение средней частоты мутаций в локусе ( $\mu$ ). Для расчета вероятности с учетом мутированного локуса возможно применение метода предложенного ученым Чарльзом Бреннером (Brenner), по которому вероятность мутирования аллеля  $\alpha$  данного локуса в аллель  $\beta$  данного локуса равна:  $P(\alpha > \beta) = \frac{1}{2} \mu * 10^{-(s-1)}$  где  $\mu$  - средняя частота мутаций в данном локусе;  $s$  - количество повторов, на которые отличаются аллели  $\alpha$  и  $\beta$ .

Исходя из вышеизложенного, для подавления темпов возникновения мутаций ( $\mu$ ) эволюционный оператор записывается в следующем виде:

$$x'_k = \frac{1}{2} \mu * 10^{-(s-1)} \alpha_k x_k$$

В этой работе изучено предельное поведение траекторий:

$\omega(x^0) = \{x^0, Vx^0, V^2x^0, \dots\}$  для каждой локуса аллелей без расчета возникновения мутаций так, как не имеется данных для Узбекской популяции (Таблицы 3-17).

**Таблица 3.** Изменение частоты аллелей D8S1179 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
8	0,011	0,009192	0,00755	0,006066	0,004734	0,00355	0,002512
9	0,009	0,007503	0,006149	0,004932	0,003844	0,002879	0,002035
10	0,121	0,114426	0,106018	0,095617	0,083191	0,068912	0,05327
11	0,06	0,05308	0,045924	0,038659	0,031432	0,024411	0,017783
12	0,101	0,093493	0,084666	0,074552	0,063292	0,05117	0,038647
13	0,265	0,288763	0,317886	0,354051	0,399535	0,457353	0,531191
14	0,22	0,229827	0,239462	0,247925	0,253465	0,25312	0,24229
15	0,162	0,159841	0,155354	0,147779	0,136281	0,120126	0,09901
16	0,042	0,0364	0,030885	0,025535	0,020427	0,015639	0,011256
17	0,007	0,005822	0,004762	0,003812	0,002967	0,00222	0,001568
18	0,002	0,001653	0,001345	0,001073	0,000832	0,000621	0,000437

**Таблица 4.** Изменение частоты аллелей TPOX локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5
7	0,002	0,001254	0,000679	0,000281	6,91E-05	5,91E-06
8	0,543	0,634202	0,74464	0,862426	0,955689	0,994992
9	0,105	0,076646	0,047258	0,021776	0,005825	0,000532
10	0,059	0,040354	0,023417	0,010232	0,002619	0,000231



11	0,254	0,223256	0,170387	0,099493	0,034346	0,004114
12	0,034	0,022405	0,012599	0,005369	0,001348	0,000117
13	0,003	0,001884	0,001021	0,000423	0,000104	8,91E-06

**Таблица 5.** Изменение частоты аллелей D7S820 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
6	0,041	0,034926	0,029304	0,024205	0,019671	0,015717	0,012329
7	0,02	0,016617	0,013638	0,011051	0,008836	0,006964	0,005402
8	0,193	0,193743	0,193325	0,191395	0,187548	0,181333	0,172275
9	0,095	0,086056	0,076603	0,066897	0,057224	0,04787	0,03909
10	0,228	0,236858	0,246558	0,257222	0,268985	0,281977	0,296271
11	0,232	0,241942	0,25308	0,265676	0,280072	0,296704	0,316114
12	0,187	0,186598	0,184862	0,181452	0,176001	0,168136	0,157519
13	0,004	0,003259	0,002631	0,002103	0,001663	0,001299	0,001

**Таблица 6.** Изменение частоты аллелей D21S11 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5
27	0,011	0,009126	0,007318	0,005573	0,003906	0,002373
28	0,103	0,094929	0,084262	0,070654	0,054122	0,035604
28,2	0,002	0,001641	0,001304	0,000985	0,000686	0,000415
29	0,202	0,20617	0,205938	0,197736	0,176598	0,137804
29,2	0,002	0,001641	0,001304	0,000985	0,000686	0,000415
30	0,321	0,365826	0,42382	0,499283	0,596466	0,715876
30,2	0,023	0,019358	0,01572	0,012103	0,008563	0,005243
31	0,065	0,057437	0,048829	0,039213	0,028805	0,01822
31,2	0,1	0,091864	0,08126	0,067893	0,051819	0,03397
32	0,014	0,011657	0,009376	0,00716	0,00503	0,003062
32,2	0,093	0,084783	0,074396	0,061647	0,046667	0,030352
33	0,001	0,00082	0,00065	0,000491	0,000342	0,000206
33,2	0,056	0,04898	0,041226	0,032793	0,023879	0,014986
34	0,001	0,00082	0,00065	0,000491	0,000342	0,000206
34,2	0,006	0,004948	0,003947	0,002992	0,00209	0,001266

**Таблица 7.** Изменение частоты аллелей D7S820 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
6	0,041	0,034926	0,029304	0,024205	0,019671	0,015717	0,012329
7	0,02	0,016617	0,013638	0,011051	0,008836	0,006964	0,005402
8	0,193	0,193743	0,193325	0,191395	0,187548	0,181333	0,172275
9	0,095	0,086056	0,076603	0,066897	0,057224	0,04787	0,03909
10	0,228	0,236858	0,246558	0,257222	0,268985	0,281977	0,296271
11	0,232	0,241942	0,25308	0,265676	0,280072	0,296704	0,316114
12	0,187	0,186598	0,184862	0,181452	0,176001	0,168136	0,157519
13	0,004	0,003259	0,002631	0,002103	0,001663	0,001299	0,001

**Таблица 8.** Изменение частоты аллелей CSF1PO локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
7	0,001	0,00073	0,000521	0,000361	0,000242	0,000156	9,58E-05
8	0,001	0,00073	0,000521	0,000361	0,000242	0,000156	9,58E-05
9	0,036	0,027557	0,020381	0,014534	0,009959	0,006519	0,004038
10	0,229	0,219489	0,204465	0,18344	0,156676	0,125551	0,092722
11	0,313	0,326292	0,338806	0,349483	0,356523	0,356947	0,346208
12	0,337	0,359399	0,385082	0,415037	0,450605	0,493534	0,546097

13	0,072	0,057706	0,04442	0,032743	0,023032	0,015378	0,009663
14	0,008	0,0059	0,004236	0,002952	0,001989	0,001286	0,00079
15	0,003	0,002197	0,00157	0,00109	0,000732	0,000472	0,00029

**Таблица 9.** Изменение частоты аллелей D3S1358 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
11	0,001	0,000756	0,00056	0,000405	0,000284	0,000192	0,000124
12	0,001	0,000756	0,00056	0,000405	0,000284	0,000192	0,000124
13	0,003	0,002275	0,001689	0,001223	0,000859	0,000582	0,000376
14	0,05	0,040266	0,031423	0,023687	0,017178	0,011914	0,007834
15	0,313	0,334385	0,359299	0,388651	0,423686	0,4661	0,51815
16	0,289	0,30181	0,314464	0,326055	0,335038	0,338876	0,333606
17	0,221	0,215768	0,20625	0,191532	0,171044	0,144953	0,114589
18	0,108	0,093239	0,077702	0,062169	0,047476	0,034368	0,023368
19	0,013	0,009988	0,007492	0,005468	0,003866	0,00263	0,001705
20	0,001	0,000756	0,00056	0,000405	0,000284	0,000192	0,000124

**Таблица 10.** Изменение частоты аллелей TH01 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
6	0,213	0,214998	0,216293	0,21638	0,214476	0,209384	0,199352
7	0,212	0,213777	0,214803	0,21457	0,212293	0,206789	0,196345
8	0,13	0,12043	0,109766	0,098117	0,08565	0,072583	0,059176
9	0,262	0,277296	0,296241	0,320044	0,350404	0,389715	0,44132
9.3	0,166	0,159755	0,151892	0,142171	0,13037	0,11631	0,099911
10	0,014	0,011345	0,009103	0,007221	0,005647	0,004334	0,003237
11	0,003	0,002398	0,001903	0,001496	0,001161	0,000886	0,000659

**Таблица 11.** Изменение частоты аллелей D13S317 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
8	0,156	0,148603	0,137936	0,123546	0,105451	0,084499	0,062555
9	0,099	0,088663	0,076984	0,064261	0,051039	0,038121	0,026453
10	0,096	0,085688	0,074146	0,061681	0,048831	0,036364	0,02517
11	0,286	0,309619	0,337248	0,369283	0,405943	0,447267	0,493369
12	0,271	0,289315	0,309259	0,329979	0,349767	0,365724	0,373599
13	0,064	0,055077	0,045973	0,036949	0,028338	0,020522	0,01388
14	0,027	0,022237	0,017831	0,013829	0,010286	0,007264	0,004816
15	0,001	0,000798	0,000622	0,000472	0,000345	0,00024	0,000157

**Таблица 12.** Изменение частоты аллелей D16S539 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
8	0,02	0,016524	0,013476	0,010833	0,008563	0,006633	0,005004
9	0,202	0,203657	0,2042	0,203094	0,199597	0,192727	0,181277
10	0,126	0,117457	0,107646	0,096669	0,084717	0,072069	0,059091
11	0,224	0,230765	0,237637	0,244295	0,250153	0,254191	0,254712
12	0,253	0,267978	0,28593	0,30775	0,334658	0,368339	0,41114
13	0,148	0,141222	0,132782	0,122579	0,110599	0,096949	0,081904
14	0,025	0,02078	0,017035	0,013755	0,010913	0,008479	0,006413
15	0,002	0,001616	0,001294	0,001025	0,0008	0,000613	0,000459

**Таблица 13.** Изменение частоты аллелей D2S1338 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
15	0,001	0,000882	0,000774	0,000677	0,000589	0,00051	0,000437
16	0,013	0,011619	0,01033	0,009132	0,008022	0,006997	0,006051
17	0,11	0,108984	0,107507	0,105486	0,102831	0,099434	0,09518
18	0,126	0,126852	0,127399	0,127539	0,127141	0,126033	0,123993
19	0,17	0,17863	0,188649	0,200412	0,21439	0,231227	0,251808
20	0,141	0,144068	0,14717	0,150242	0,153184	0,155838	0,15796
21	0,032	0,029208	0,026482	0,023839	0,021292	0,018853	0,016527
22	0,051	0,04752	0,043955	0,040336	0,036692	0,033054	0,029445
23	0,141	0,144068	0,14717	0,150242	0,153184	0,155838	0,15796
24	0,1	0,098076	0,095677	0,092747	0,089231	0,08507	0,080209
25	0,092	0,089494	0,086537	0,083096	0,079143	0,074655	0,069611
26	0,018	0,016178	0,014457	0,01284	0,011327	0,009917	0,008605
27	0,004	0,003539	0,003118	0,002734	0,002384	0,002066	0,001776
28	0,001	0,000882	0,000774	0,000677	0,000589	0,00051	0,000437

**Таблица 14.** Изменение частоты аллелей D19S433 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
9	0,002	0,00165	0,001327	0,001032	0,000767	0,000536	0,000343
10	0,001	0,000824	0,000662	0,000514	0,000382	0,000267	0,000171
10.2	0,001	0,000824	0,000662	0,000514	0,000382	0,000267	0,000171
11	0,003	0,002478	0,001994	0,001552	0,001154	0,000807	0,000518
12	0,051	0,044567	0,037752	0,030728	0,023749	0,017141	0,011276
12.2	0,003	0,002478	0,001994	0,001552	0,001154	0,000807	0,000518
13	0,241	0,256391	0,271492	0,284443	0,292007	0,289092	0,268791
13.2	0,036	0,030919	0,025769	0,020666	0,015764	0,011252	0,007336
14	0,284	0,314349	0,351083	0,395774	0,45036	0,51718	0,598824
14.2	0,061	0,053916	0,046175	0,037973	0,029624	0,021555	0,014275
15	0,135	0,129312	0,120495	0,108049	0,091863	0,07256	0,051753
15.2	0,099	0,091265	0,081569	0,069969	0,056823	0,042892	0,02932
16	0,044	0,038142	0,032064	0,025917	0,019906	0,014291	0,00936
16.2	0,027	0,022946	0,018941	0,015061	0,011404	0,00809	0,005249
17	0,007	0,005809	0,004696	0,003667	0,002735	0,001916	0,001231
17.2	0,001	0,000824	0,000662	0,000514	0,000382	0,000267	0,000171
18	0,004	0,003307	0,002665	0,002076	0,001545	0,001081	0,000694

**Таблица 15.** Изменение частоты аллелей vWA локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
12	0,001	0,000806	0,000641	0,0005	0,000383	0,000286	0,000208
13	0,007	0,005685	0,004545	0,003568	0,002742	0,002057	0,001501
14	0,094	0,084525	0,074239	0,063447	0,052558	0,042044	0,03236
15	0,077	0,067929	0,058536	0,049107	0,039975	0,031476	0,023893
16	0,237	0,247001	0,257075	0,266707	0,275147	0,281351	0,283872
17	0,258	0,274306	0,292983	0,31448	0,339456	0,368939	0,404561
18	0,221	0,22679	0,231456	0,234198	0,233996	0,229643	0,219827
19	0,091	0,081554	0,071387	0,060806	0,050211	0,040048	0,030744
20	0,011	0,008978	0,007207	0,005676	0,004374	0,003289	0,002404
21	0,003	0,002425	0,00193	0,00151	0,001158	0,000866	0,000631

**Таблица 16.** Изменение частоты аллелей D5S818 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
7	0,017	0,012976	0,009528	0,006671	0,004403	0,002703	0,001513
8	0,004	0,003001	0,002174	0,001506	0,000986	0,000602	0,000336
9	0,052	0,04151	0,031664	0,02287	0,015468	0,009664	0,005476
10	0,095	0,079921	0,064034	0,048322	0,033911	0,021814	0,012626
11	0,346	0,377927	0,415426	0,459471	0,511358	0,57308	0,647624
12	0,307	0,323356	0,337793	0,347384	0,347676	0,332733	0,296042
13	0,166	0,151438	0,132164	0,10874	0,082881	0,057373	0,035248
14	0,013	0,009871	0,007217	0,005036	0,003316	0,002032	0,001136

**Таблица 17.** Изменение частоты аллелей D18S51 локуса

Аллел	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6
8	0,001	0,000895	0,000797	0,000706	0,000621	0,000542	0,00047
9	0,001	0,000895	0,000797	0,000706	0,000621	0,000542	0,00047
10	0,009	0,008128	0,007296	0,006506	0,005761	0,005061	0,004408
11	0,015	0,013637	0,012316	0,011045	0,009829	0,008675	0,007588
12	0,115	0,116052	0,116697	0,116829	0,116327	0,115059	0,112877
13	0,128	0,130835	0,133496	0,13589	0,137897	0,139367	0,140112
14	0,155	0,162618	0,171094	0,180595	0,191335	0,2036	0,217766
15	0,145	0,150677	0,156731	0,163183	0,170046	0,177326	0,185006
16	0,13	0,13314	0,136154	0,138957	0,141436	0,143444	0,144796
16.2	0,011	0,009957	0,008956	0,008001	0,007096	0,006243	0,005446
17	0,083	0,081103	0,07872	0,075819	0,072384	0,068414	0,063926
18	0,055	0,052203	0,04916	0,045896	0,042443	0,038844	0,035147
19	0,043	0,040297	0,037469	0,034542	0,031552	0,028533	0,025523
20	0,026	0,023924	0,021853	0,019805	0,017798	0,01585	0,013977
21	0,017	0,01549	0,014018	0,012594	0,011228	0,009925	0,008693
22	0,015	0,013637	0,012316	0,011045	0,009829	0,008675	0,007588
23	0,016	0,014562	0,013165	0,011817	0,010526	0,009297	0,008138
24	0,013	0,011793	0,010629	0,009514	0,008452	0,007448	0,006505
25	0,022	0,020155	0,018334	0,016552	0,014821	0,013155	0,011565

Как видно из таблиц в локусе D8S1179 выявляемость аллели 13 с течением времени повышается, т.е. его доля в популяции возрастает и, как видно из таблиц, а в локусе TPOX с течением времени также повышается аллель 8 частота их распространения и остальные 7 локусов (TH01, D3S1358, CSF1PO, D3S1358, D2S1338, D5S818 и D19S433) также подчиняются тем же принципам.

В локусе D7S820 распространенность двух аллелей 10, 11 повышена над остальными и в процессе эволюции они почти равно распределены. Остальные 5 локусов (D13S317, D16S539, D2S1338, vWA, и D18S51) также подчиняются тем же принципам.

### 3. Заключение

Через несколько поколений эволюции локусов STR в генофонде узбекской национальности происходят следующие изменения: в локусе D8S1179 аллель 13 (соответственно, D21S11, 30; D7S820 10 и 11; CSF1PO, 12; D3S1358, 15; TH01, 9; D13S317, 11 и 12; D16S539, 12; D2S1338, 19; D19S433, 14; vWA, 16 и 17; TPOX, 8; D5S818, 11; D18S51, 14 и 15; FGA, 21 и 24) с течением времени преобладает, а частота выявления остальных аллелей уменьшается.

### Литература

Ахмедова и др., 2008 – Ахмедова Д.Ш. и др. Полиморфизм 15 STR ядерной ДНК коренной популяции Узбекистана // Узбекский биологический журнал, 2008, №3, с. 68-72.

Курганов, 2013 – Курганов С.К. Асимптотическое поведение траекторий эволюции STR локусов аллелей в генофонде узбекской национальности // *Вестник НУУз*. 2013, №4/2, с. 108-111.

Bernstein, 1924 – Bernstein S.N. Solution of one mathematical problem related to the theory of inheritance // *Uch. Zap. Nauchn.-Issled. Kaf. Ukr. Otd. Mat.* 1924, 1, 83–115.

Brenner – Brenner C.H. [Electronic resource]. URL: <http://dna-view.com/mudisc.htm>

Ganikhodzhaev, 1992 – Ganikhodzhaev R.N. Quadratic stochastic operators. Lyapunov function, and tournaments // *Mat. Sb.* 1992, 83, No. 8, 119–140.

Lyubich, 1992 – Lyubich Yu.I. Mathematical structures in population genetics // *Biomathematics*. 1992, 22, 7.

Malthus, 1798 – Malthus Thomas. An Essay on the Principle of Population. Chapter I, 1798.

Schlötterer, 2000 – Schlötterer C. Evolutionary dynamics of microsatellite DNA // *Chromosoma*. 2000. V. 109. pp. 365–371.

## References

Akhmedova i dr., 2008 – Akhmedova D.Sh. i dr. (2008). Polimorfizm 15 STR yadernoi DNK korennoi populyatsii Uzbekistana [Polymorphism 15 STR of the nuclear DNA of the indigenous population of Uzbekistan]. *Uzbekskii biologicheskii zhurnal*, №3, pp. 68-72. [in Russian]

Kurganov, 2013 – Kurganov S.K. (2013). Asimptoticheskoe povedenie traektorii evolyutsii STR lokusov allelei v genofonde uzbekskoi natsional'nosti [Asymptotic behavior of evolution trajectories of STR loci of alleles in the gene pool of Uzbek nationality]. *Vestnik NUUZ*. №4/2, pp. 108-111. [in Russian]

Bernstein, 1924 – Bernstein S.N. (1924). Solution of one mathematical problem related to the theory of inheritance. *Uch. Zap. Nauchn.-Issled. Kaf. Ukr. Otd. Mat.* 1, 83–115.

Brenner – Brenner C.H. [Electronic resource]. URL: <http://dna-view.com/mudisc.htm>

Ganikhodzhaev, 1992 – Ganikhodzhaev R.N. (1992). Quadratic stochastic operators. Lyapunov function, and tournaments. *Mat. Sb.* 83, No. 8, 119–140.

Lyubich, 1992 – Lyubich Yu.I. (1992). Mathematical structures in population genetics, *Biomathematics*. 22, 7.

Malthus, 1798 – Malthus Thomas (1798). An Essay on the Principle of Population. Chapter I.

Schlötterer, 2000 – Schlötterer C. (2000). Evolutionary dynamics of microsatellite DNA, *Chromosoma*. V. 109. pp. 365–371.

## Эволюционный оператор для расчета выявления частот встречаемости аллелей STR локусов следующих поколений с учетом мутаций

Сардарходжа Каримович Курганов <sup>а,\*</sup>

<sup>а</sup> Республиканский центр судебной экспертизы (РЦСЭ), Республика Узбекистан

**Аннотация.** В этой работе изучено предельное поведение траекторий  $\omega(x^0) = \{x^0, Vx^0, V^2x^0, \dots\}$  эволюционного оператора для STR локусов (D8S1179, D21S11, D7S820, CSF1PO, D3S1358, TH01, D13S317, D16S539, D2S1338, D19S433, vWA, TPOX, D5S818, D18S51 и FGA) аллелей без расчета возникновения мутаций для популяции.

**Ключевые слова:** квадратичный стохастический оператор, симплекс, скорость мутации, STR локус.

\* Корреспондирующий автор

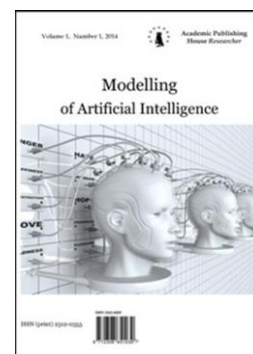
Адреса электронной почты: [sardorbioinformatik@mail.ru](mailto:sardorbioinformatik@mail.ru) (С.К. Курганов)

Copyright © 2018 by Academic Publishing House Researcher s.r.o.



Published in the Slovak Republic  
 Modeling of Artificial Intelligence  
 Has been issued since 2014.  
 E-ISSN: 2413-7200  
 2018, 5(1): 38-53

DOI: 10.13187/mai.2018.1.38  
[www.ejournal11.com](http://www.ejournal11.com)



## Construction of Intelligent Systems of Physical Protection of Information

Simon Zh. Simavoryan <sup>a, \*</sup>, Arsen R. Simonyan <sup>a</sup>, Elena I. Ulitina <sup>a</sup>, Irina L. Makarova <sup>a</sup>,  
 Elina A. Pilosyan <sup>a</sup>, Rafael A. Simonyan <sup>a</sup>

<sup>a</sup> Sochi State University, Russian Federation

### Abstract

One of the most important tasks of intelligent information security systems (IISS) automated data processing systems (ADPS) is the task of building intelligent systems of physical protection of information (ISPP). At present, the task of building ISPP is urgent, requiring systematic and regular decisions on an ongoing basis. At present, there are a lot of mathematical models and practical approaches to solving the problem of the effective functioning of physical protection systems. One interesting approach to this problem are: 1) an integrated approach to develop a mathematical model of the operation of physical protection systems (Ignat'ev, 2012; Godyreva i dr., 2007); 2) multiagent system (MAS) and technology (MAS-technology) (Shreider, Borovskii, 2017; Smirnov i dr., 2018; Gorodetskii i dr., 2017; Tarasov, 2010; Zubareva i dr., 2016). However, analysis of the regulatory basis of physical security, conducted by (Filippov, 2017) shows that the methodology for categorizing, analyzing threats and vulnerabilities differ vagueness of the conceptual apparatus and the lack of a unified terminological approach. In addition, the stresses that the analysis of threats often do not consider the connection between vulnerability and offending patterns. Not compiled a database of current security threats and vulnerabilities. However, it should be noted that the system of physical protection of critical infrastructure is largely dependent on the quality of the selection means of physical protection, and in (Yannikov i dr., 2017) proposed, developed with the help of MS SQL Server Express database "means the physical protection of critical infrastructure." Practice shows that the design methodology ISFZ built by different developers on different methodological foundations, which is dictated by different departments ADPS. Accordingly, in this paper formulated the task of building intelligent systems of physical protection of information on the basis of system-conceptual approach (Simavoryan i dr., 2013; Gerasimenko, Malyuk, 1997) worked out some aspects of its system solutions.

**Keywords:** physical protection of information, intellectual protection system information, system approach, system of physical protection.

### 1. Введение

Среди угроз, направленных на дестабилизацию работы АСОД, можно выделить угрозы связанные с возможностью проникновения злоумышленников на объекты АСОД как с целью несанкционированного доступа к возможным каналам несанкционированного

\* Corresponding author

E-mail addresses: [simsim58@mail.ru](mailto:simsim58@mail.ru) (S.Zh. Simavoryan), [oppm@mail.ru](mailto:oppm@mail.ru) (A.R. Simonyan), [elenaulitina@mail.ru](mailto:elenaulitina@mail.ru) (E.I. Ulitina), [ratton@mail.ru](mailto:ratton@mail.ru) (I.L. Makarova), [azalto@mail.ru](mailto:azalto@mail.ru) (E.A. Pilosyan), [raf55@list.ru](mailto:raf55@list.ru) (R.A. Simonyan)

получения информации (ВКНПИ), т.е. к защищаемой информации, так и с целью диверсии на объектах АСОД. Системы, которые противодействуют этому, называются системами физической защиты. Системы физической защиты представляют собой комплекс организационных мероприятий и совокупность средств, препятствующих проникновению злоумышленников на объект защиты, к его структурным компонентам, и к циркулирующей, обрабатываемой и хранимой информации.

В соответствии с работами (Шрейдер, Боровский, 2017; Simavoryan et al., 2015a) систему физической защиты можно представить в виде многоуровневой и многоблочной системы. Такой подход позволяет систему физической защиты представить в виде многоагентной системы где, все агенты взаимодействуют между собой по определенным правилам, описанным в виде должностных инструкций (Шрейдер, Боровский, 2017). Для таких систем необходимо выполнение следующих условий:

- все элементы системы и связи между ними должны быть определены до этапа проектирования;

- все элементы системы и связи между ними не изменяются во время выполнения;

Однако, следует различать:

- а) системы, в которых не допускается возможность конфликтов между элементами системы;

- б) системы с возможностью конфликтов между элементами системы – это системы, в которых возможен инсайд, т.е. наличие возможного злоумышленника в службе защиты информации (сговор злоумышленника и сотрудника службы защиты информации или внедрение злоумышленника в службу защиты информации).

В данной статье приводится составленный перечень задач построения интеллектуальных систем физической защиты информации на базе системно-концептуального подхода, и приводится решение задачи выбора задач защиты объекта от злоумышленных действий (вторжений) без возможности конфликтов между элементами системы.

## 2. Обсуждение

Физические средства защиты – это разнообразные устройства, приспособления, конструкции, аппараты, изделия, предназначенные для создания препятствий на пути движения злоумышленников (Игнатъев, 2012). К физическим средствам относятся механические, электромеханические, электронные, электронно-оптические, радиотехнические и другие устройства, предназначенные для предотвращения таких несанкционированных действий как: 1) доступ (вход, выход) в зоны и помещения; 2) хищение, подмена-замена, пронос, фотографирование, копирование средств и материалов, и других компонент охраняемого объекта; 3) доступ к ВКНПИ с целью копирования и хищения секретной информации.

Физические средства применяются для решения следующих задач:

- 1) охрана территории АСОД и наблюдение за ней;
- 2) охрана зданий, внутренних помещений и контроль за ними;
- 3) охрана ресурсов АСОД (оборудования, информации и т.п.);
- 4) осуществление контролируемого доступа в здания и помещения;
- 5) осуществление санкционированного доступа к ВКНПИ.

В соответствии с функциями защиты информации рассмотренными в (Simavoryan et al., 2015b; Попов, Попова, 2018) все физические средства защиты объектов можно разделить на следующие категории:

- средства предупреждения доступа злоумышленника в зону защиты информации;
- средства обнаружения ВКНПИ в зоне защиты информации;
- средства обнаружения злоумышленных действий в зонах защиты;
- средства сигнализации о злоумышленных действиях;
- средства локализации последствий злоумышленных действий;
- средства ликвидации последствий злоумышленных действий.

В классическом понимании структура интеллектуальной системы включает три основных блока - базу знаний, механизм вывода решений и интеллектуальный интерфейс (Аверкин и др., 1992).

Системное решение построения ИСФЗ достигается решением последовательности следующих задач:

1. Анализ рубежей и зон защиты информации в АСОД;
2. Анализ требований и условий по защите рубежей и зон защиты;
3. Анализ возможных путей и схем преодоления злоумышленником рубежей защиты информации;
4. Анализ несанкционированных передвижений в зонах защиты;
5. Анализ охранных функций защиты информации;
6. Анализ наличия ВКНПИ в зонах защиты информации и возможных вариантов доступа к ним злоумышленников (связь уязвимости и моделей нарушителей);
7. Анализ охранных задач защиты информации;
8. Анализ средств физической защиты.
9. Анализ охранных и охранно-пожарных систем;
10. Анализ системы охранного телевидения;
11. Анализ системы охранного освещения;
12. Обоснование структуры и технологических схем функционирования охранной службы защиты информации;
13. Расчёт технико-экономических показателей системы физической защиты информации;
14. Решение организационно-правовых вопросов системы физической защиты информации.

Общая модель защиты информации состоит из следующих зон защиты: физической - внешняя, территории, помещений, ресурсов АСОД и программной - база данных (Герасименко, Малюк, 1997; Simavoryan et al., 2016a). Такой подход позволяет просчитать уязвимость информации в каждой зоне защиты информации, по каждому ВКНПИ, по каждому типовому структурному компоненту и типу злоумышленников (Симаворян, 2009a). Зоны защиты разделены между собой периметром защиты. Периметр - внешняя граница защищаемой территории зон защиты. Защита периметра – комплексная задача (Городецкий и др., 2017; Магомедов, 2018; Шанаев, 2010; Шанаев, 2009; Петров, 2008; Рытов и др., 2015; Петров, 2010; Симаворян, 2010). Эффективная защита периметра осуществляется с помощью решения следующих задач:

- контроль периметра на всём протяжении периметра, т.е. всех участках, где разрешён проход и где не разрешён проход;
- контроль и регистрация разрешённых проходов;
- обнаружение нарушения на участках, где нет разрешённого прохода;
- сигнализация нарушений;
- локализация обнаруженных нарушений;
- ликвидация последствий.

Поскольку защита информации имеет системный и многоуровневый характер, то и защита на физическом уровне должна быть системной и многоуровневой. Современные службы защиты информации, а также сотрудники АСОД всех должностей обязаны быть не просто технически образованными в области защиты информации, но и прекрасно разбираться в первую очередь в физической защите информации, которая является самой доступной и обязательной для всех. В первую очередь, в правовых вопросах необходимости применения охранных, охранно-пожарных, телевизионных и других средств защиты информации. Только благодаря регулярному повышению обучению с целью повышения квалификации сотрудников службы защиты (Симаворян, 2010; Simavoryan, 2011) можно будет добиться их адекватной должностной компетенции, которая будет необходима при аттестации или при приёме на работу на всех предприятиях АСОД в соответствии с должностным уровнем сотрудника.

Анализ разработанных моделей потенциального злоумышленника показывает, что большинство задач моделирования ИСФЗИ носит ординарный и полуординарный характер, т.е. структурированный и слабоструктурированный с одним или несколькими критериями оптимизации (Боровский, Тарасов, 2011a; Боровский, Тарасов, 2011b; Боровский, Тарасов, 2011c; Боровский, 2016; Шрейдер, Боровский, 2017; Смирнов и др., 2018; Городецкий и др., 2017; Тарасов, 2010; Магомедов, 2018; Шанаев, 2010; Шанаев, 200; Петров, 2008; Рытов и



др., 2015; Петров, 2010; Магомедов, 2018; Шанаев, 2010; Шанаев, 2009). На разработку методов и средств их решения существенное влияние оказывают следующие неопределённости (Симаворян, 2009b): неизвестность, неполнота, недостаточность, неадекватность и недостоверность. Например, неизвестность планов противника, неадекватность имеющихся моделей защиты от проникновения злоумышленника в зоны защиты, недостаточность требований по защите информации и т.д. Недостоверность делится на физическую и лингвистическую неопределённости. Источником физической неопределённости является внешняя среда, а именно злоумышленник, наличие неточностей при определении величин с помощью вычислений (измерений) физическими приборами, и наличие случайных событий, связанных со злоумышленными действиями. Источником лингвистической неопределённости является язык, используемый лицами, принимающими решения для системы управления деятельностью службы защиты информации. Лингвистическая неопределённость порождается с одной стороны, многозначностью значений слов (понятий и отношений) языка, т.е. полисемией, а с другой стороны неоднозначность смысла фраз. Если отображаемые одним и тем же словом объекты системы защиты различны, то имеет место ситуация омонимии, если сходны, то ситуация нечёткости (расплывчатости, размытости, неясности). Неоднозначность смысла фраз может быть синтаксической или семантической.

Задача анализа возможных путей и схем преодоления злоумышленником рубежей защиты информации и проникновения в зоны защиты связана с задачей анализа технологических схем функционирования информации в АСОД, которая в статье (Simavoryan et al., 2017) решена с помощью применения метода нечеткого динамического программирования. И как следствие, с задачами интеллектуального противоборства злоумышленников и службы защиты информации, которые в статье (Simavoryan et al., 2016a) решена с помощью методов итераций, а в статье (Simavoryan et al., 2016b) решена с помощью методов автоматической классификации. В работе (Тумуров и др., 2016) за основу взято понятие модели нарушителя, определенное в стандарте Банка России СТО БР ИББС-1.0–2014 (Стандарт банка России...), согласно которому модель злоумышленника определяется как описание и классификация нарушителей информационной безопасности (ИБ), включающая такие составляющие как: а) опыт, б) знания, в) доступные ресурсы, необходимые для реализации несанкционированного действия, г) мотивация и д) способы реализации угроз ИБ со стороны указанных нарушителей. Классификация злоумышленников производится следующим образом:

- внутренний – лица, имеющие право постоянного или разового доступа к информационной системе, ее отдельным компонентам;
- внешний – лица, не имеющие права доступа к информационной системе, ее отдельным компонентам и реализующие угрозы безопасности информации из-за границ информационной системы;
- комбинированный – внешние и внутренние нарушители ИБ, действующие совместно и (или) согласованно.

В работе (Стефаров, Жуков, 2012) в соответствии с результатами анализа данных о критериях классификации нарушителей, при построении модели нарушителя предложено использовать следующие классификационные признаки: место воздействия нарушителей, мотивы действия нарушителя, каналы атак, средства атак, возможность сговора различных категорий нарушителей, наличие доступа к штатным средствам, уровень знаний нарушителей об объектах атак, уровень квалификации нарушителей, уровни воздействия нарушителей и стадии жизненного цикла автоматизированной системы. Приведена типовая модель нарушителя, учитывающая требования государственных стандартов, нормативно-методических документов ФСТЭК России и ФСБ России, что позволяет применять данную модель при защите государственных информационных ресурсов, для защиты которых требования государственных стандартов, нормативно-методических документов ФСТЭК России и ФСБ России являются обязательными для исполнения. Кроме того, предложенная классификация нарушителей позволяет однозначно классифицировать нарушителей в соответствии с уровнями их воздействия, чего не было представлено ранее в существующих моделях.

В рамках системно-концептуального подхода системообразующим компонентом концепции, предназначенным для обеспечения гарантированной защиты, является множество функций. Причем под функцией защиты понимается совокупность однородных в функциональном отношении мероприятий, регулярно осуществляемых в АСОД различными средствами и методами с целью создания, поддержания и обеспечения условий, объективно необходимых для надёжной защиты информации (Герасименко, Малюк, 1997). Суть системного подхода к формированию функций защиты информации заключается в следующем (Simavoryan et al., 2015a; Янников и др., 2017; Попов, Попова, 2018): 1) число формируемых функций должно быть, небольшим и концептуально полным; 2) каждая функция должна описывать свои должностные особенности службы защиты информации и отличаться от других функций; 3) совокупность всех функций управления деятельностью охранной службы защиты информации не должна противоречить единству всех функций защиты информации; 4) по своей сущности в процессе их выполнения все функции должны быть однозначно трактуемыми.

Охранная деятельность службы защиты информации является частью оперативно-диспетчерского управления деятельностью АСОД. Применительно к деятельности службы защиты информации охранные функции можно сформулировать в контексте осуществления ОДУ деятельности АСОД следующим образом (Simavoryan et al., 2015b):

функция №1 – функция формирования исходных данных (сбор данных о состоянии периметров безопасности и сбор данных о состоянии передвижений и происходящих процессах в зонах защиты информации);

функция №2 – функция анализа и контроля пересечений рубежей защиты;

функция №3 – функция анализа и контроля передвижений в зонах защиты;

функция №4 – функция выработки управленческих решений;

функция №5 – функция реализация принятых решений;

функция №6 – функция сигнализации о несанкционированных действиях;

функция №7 – функция локализации несанкционированных действий;

функция №8 – функция ликвидации последствий несанкционированных действий;

функция №9 – функция контроля результатов реализации принятых решений.

Осуществление охранных функций службы защиты в АСОД достигается решением охранных задач защиты. По аналогии с определением задач защиты информации будем понимать, что под охранной задачей защиты понимаются организационные возможности средств, методов и мероприятий, реализуемых в АСОД с целью полного или частичного выполнения одной или нескольких охранных функций защиты в одной или нескольких зонах защиты (Герасименко, Малюк, 1997).

Задачи, решаемые системой охраны периметра, относятся в основном к задачам обнаружения (Петров, 2010; Шанаев, 2010):

- обнаружение нарушения на участках, где нет разрешенного прохода;

- контроль и обнаружение нарушения в тех местах, где официально установлено пересечение периметра.

Система охраны периметра рассматривается как комплексная подсистема единой системы физической защиты, в состав которой

входят сотрудники охраны, физические барьеры (ограждение), сигнализационные рубежи, система контроля и управления доступом (для контроля санкционированных мест прохода/проезда) и система охранного телевидения - для дополнительного контроля проходных и для наблюдения удаленных и трудно обозреваемых участков периметра.

Сформулируем основной перечень задач для охранной службы:

Задача: 1. Непрерывный контроль и анализ ситуаций, связанных с нарушениями прохождения периметров защиты и санкционированных передвижений во всех зонах защиты информации в АСОД;

Задача 2. Непрерывный сбор, обработка и формирование интеллектуальных баз данных по ситуациям, связанным с нарушениями прохождения периметров защиты и санкционированных передвижений во всех зонах защиты информации в АСОД;

Задача 3. Контроль и анализ адекватности выполнения поставленных задач защиты в соответствии с функциями защиты;

Задача 4. Контроль и анализ надежности функционирования охранных средств защиты в соответствии с охранными задачами защиты;

Задача 5. Интеллектуальный анализ и прогнозирование развития ситуаций, связанных с нарушениями прохождения периметров защиты и санкционированных передвижений во всех зонах защиты информации в АСОД;

Задача 6. Принятие решений по оперативному и практическому контролю доступа злоумышленников в зоны защиты объекта, с возможностью, в случае необходимости, вмешательства в работу подсистемы доступа злоумышленников в зону защиты;

Задача 7. Принятие решений по оперативному и практическому контролю наличия ВКНПИ в зоне защиты информации, с возможностью, в случае необходимости, вмешательства в работу подсистемы контроля наличия ВКНПИ в зонах защиты;

Задача 8. Принятие решений по оперативному и практическому контролю наличия информации в каналах НПИ, с возможностью, в случае необходимости, вмешательства в работу подсистемы контроля наличия информации в каналах НПИ;

Задача 9. Принятие решений по оперативной и практической локализации несанкционированного прохождения периметров защиты и несанкционированных передвижений во всех зонах защиты информации в АСОД с возможностью, в случае необходимости, вмешательства в работу подсистемы контроля;

Задача 10. Принятие решений по оперативной и практической ликвидации последствий злоумышленных действий, с возможностью, в случае необходимости, вмешательства в работу подсистемы ликвидации последствий злоумышленных действий;

Задача 11. Внесение и корректировка разработанных предложений по внесению изменений в планы по ОДУ службы охраны;

Задача 12. Отработка учетно-отчетных документов, относящихся к оперативно-диспетчерской деятельности службы охраны АСОД.

Сформулируем задачу выбора задач (действий) с заданной эффективностью. Приведём её:

Найти

$x_{\xi i} = \begin{cases} 1, & \text{если } \xi\text{-ая задача используется при закрытии } i\text{-го вторжения,} \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$

такие, что  $\max_{\xi} \{ \exists_{\xi i} * x_{\xi i} \} \geq \bar{\Delta}_i$ ,

для всех  $i$ , при которых

$$C = \sum_{\xi=1}^m C_{\xi} (\text{sign} \sum_{k=1}^n x_{\xi k}) \rightarrow \min$$

где  $i = 1, \dots, n$ ;  $\xi = 1, \dots, m$ .

Это задача нелинейного программирования. Для решения таких задач одним из эффективных методов является метод Хука-Дживса ([Методы Хука-Дживса](#)). В зависимости от особенностей и условий задач этот метод может быть легко модифицирован и успешно применён.

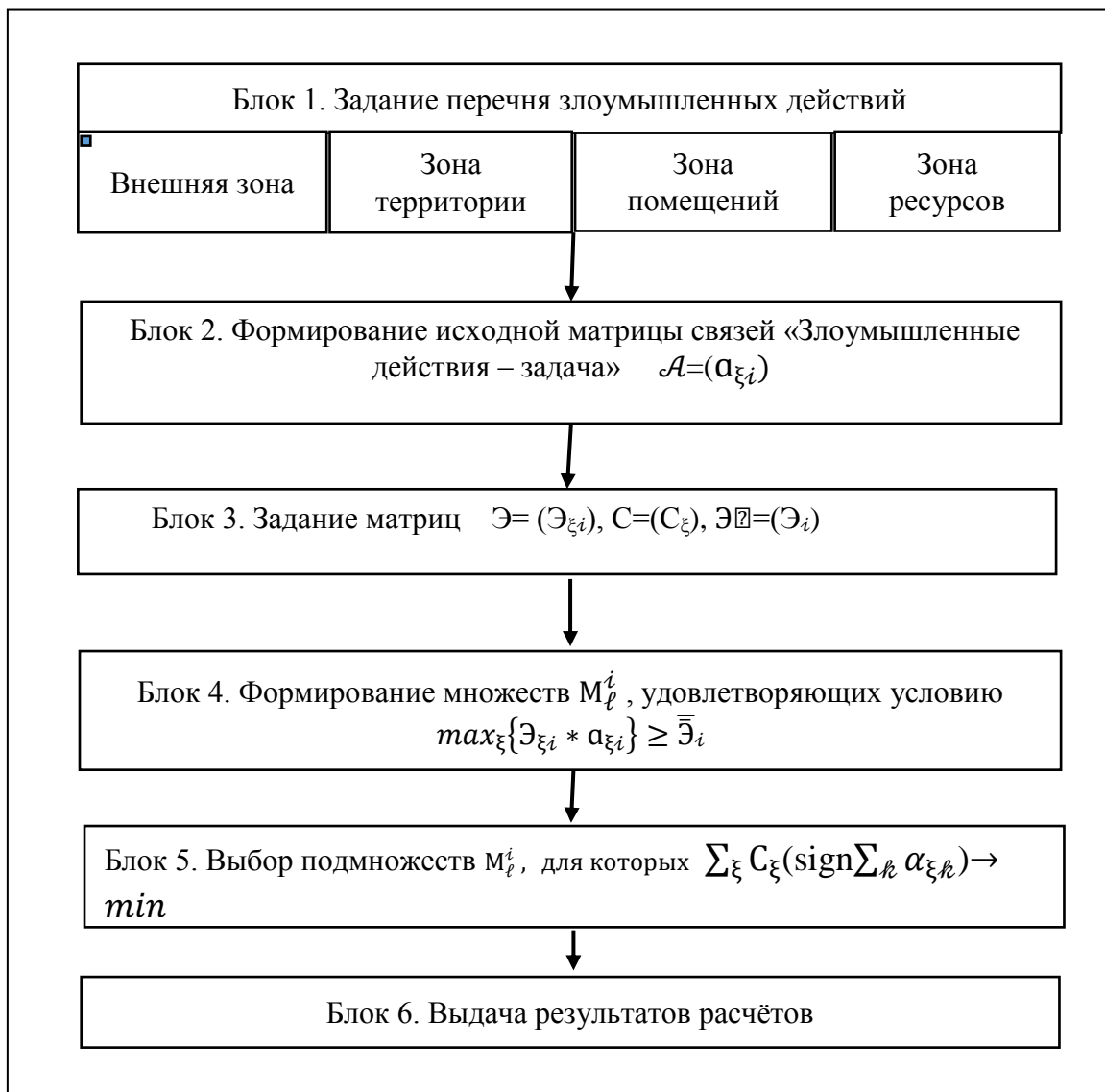
Эффективность перекрытия (реагирования) -го вторжения (злоумышленного действия) решением  $\xi$ -ой задачи зависит от полноты (степени) решения самой задачи и своевременности (оперативности) реагирования. Стоимость решения задачи зависит от степени решения задачи и от стоимости используемых средств защиты. Для большинства задач, особенно тех, которые носят неформальный характер невозможно точно определить эффективность их решения  $\exists_{\xi i}$ . Задача определения  $\exists_{\xi i}$  упрощается, если априорно, на основе систематизации мнений экспертов, формируются приближённые словесные описания эффективности, которые можно формализовать, используя лингвистические переменные.

Структура общей модели выбора задач реагирования на потенциально возможные злоумышленные действия приводится на [Рисунке 1](#).

Рассмотрим содержание первого блока. Для каждой зоны защиты необходимо сформировать перечень потенциально возможных злоумышленных действий с указанием места злоумышленного действия. Такой перечень можно сформировать с помощью

психоэвристической программы, с привлечением специалистов службы безопасности и специалистов, которых можно будет назвать «условными злоумышленниками» из числа проектировщиков системы физической защиты. Психоэвристическая программа формирования потенциально возможных действий злоумышленника в данной статье не приводится. Исходными данными для такой психоэвристической программы являются данные из всевозможных каталогов злоумышленных действий, имеющих у разработчиков и службы защиты.

Рассмотрим содержание второго блока. В этом блоке формируется матрица  $\mathcal{A} = (a_{\xi i})$ ,  $\xi=1, \dots, n$ ;  $i=1, \dots, m$ . Матрица  $\mathcal{A}$  отражает взаимосвязь между злоумышленным действием и перечнем задач, решаемых охранной службой защиты информации по пресечению злоумышленного действия. Матрица  $\mathcal{A}$  может часто не отражать реальной ситуации по закрытию злоумышленного действия. Это может быть в силу следующих причин: 1) не всегда сотрудник службы защиты может знать о знании слабых мест в защите, следует учитывать, что злоумышленник постоянно ищет слабые места в защите; 2) в перечне (каталоге) задач, могут быть указаны не все задачи, пресекающее злоумышленное действие. Формирование матрицы  $\mathcal{A}$  осуществляется для каждой зоны защиты информации, т.е. приобретает «зональный» характер. Далее все рассуждения будут вестись для одной зоны.



**Рис. 1.** Структура общей модели решения задачи выбора задач, подлежащих решению.

Рассмотрим содержание третьего блока. Формирование матриц

$$\Theta = (\Theta_{\xi_i}), C = (C_{\xi_i}), \Xi = (\Xi_i), \xi = 1, \dots, n; i = 1, \dots, m$$

может быть также осуществлено с помощью психоэвристических программ, аналогичных предыдущим. Элементами этих матриц будут лингвистические переменные.

В четвёртом блоке производится формирование всевозможных множеств  $M_i^{\ell}$  задач службы защиты, которые обеспечивают требуемую эффективность перекрытия  $i$ -го злоумышленного вторжения. Множество  $M_i^{\ell}$  определим следующим образом:

$$M_i^{\ell} = \begin{cases} \emptyset, & \text{если } k = 0; \\ m_i^{\ell}[1], m_i^{\ell}[2], \dots, m_i^{\ell}[k] & , \text{ если } k \geq 1, \end{cases}$$

где  $k$  – последовательная индексация,  $\max k = C_m^{\ell}, m_i^{\ell}[k]$  –  $k$ -ый  $\ell$ -элементный кортеж задач защиты, обеспечивающий закрытие  $i$ -го вторжения с заданной эффективностью  $\bar{\Xi}_i$ , т.е.

$$\max_{\xi} \{ \Theta_{\xi_i} * a_{\xi_i} \} \geq \bar{\Xi}_i,$$

$$\text{где } m_i^{\ell}[k] = \{ a_{\xi_{\delta i}}, a_{\xi_{\beta i}}, \dots, a_{\xi_{\varphi i}} \}[k],$$

$$\xi_{\delta}, \xi_{\beta}, \dots, \xi_{\varphi} \in [0, m], a_{\xi_i} = 1 \vee 0.$$

Пусть  $M_i = \cup_{\ell} M_i^{\ell}$  – множество эффективных подмножеств закрытия

$i$ -го вторжения. Необходимость формирования множества продиктована тем, что одна и та же задача закрытия вторжения может быть использована при закрытии нескольких вторжений, что очень важно учитывать при определении суммарных затрат на закрытие нескольких злоумышленных действий. Кроме того, следует учесть, что задачи имеют различную стоимость и может быть так, что стоимость решения  $g$  задач ( $g \geq 2$ ) меньше, чем стоимость решения  $s$  задач,  $s < g$ . Опишем правила построения множества  $M_i$ .

Правило образования подмножеств.

Элементами подмножества  $M_i^{\ell}$  являются  $\ell$ -элементные кортежи, элементами кортежей являются задачи, суммарная эффективность которых не меньше требуемой.

Правило рекурсивного устранения избыточности.

Если  $m_i^{\ell}[k] = \{ a_{\xi_{k1}}, \dots, a_{\xi_{k\ell}} \}$  – есть  $k$ -ый кортеж подмножества  $M_i^{\ell}$ , то никакие его ( $\ell - 1$ ) элементов (в любом сочетании) не обеспечивают закрытия  $i$ -го вторжения с заданной эффективностью.

Введенные правила обеспечивают оптимальное построение множества  $M_i$ . Оптимальность понимается в смысле полноты  $M_i$  и отсутствия избыточности. Первое правило даёт возможность включить в подмножества  $M_i^{\ell}$  все  $\ell$ -элементные кортежи, обеспечивающие закрытие  $i$ -го вторжения с заданной эффективностью  $\bar{\Xi}_i$ . Второе правило говорит, что не существует такого  $a_{\xi_{\delta i}}$ , что

$$m_i^{\ell+1} = m_i^{\ell} \vee a_{\xi_{\delta i}}, \text{ где } m_i^{\ell} = \{ a_{\xi_{\alpha_1 i}}, \dots, a_{\xi_{\alpha_{\ell} i}} \},$$

$$m_i^{\ell+1} = \{ a_{\xi_{\alpha_1 i}^{\ell+1}}, \dots, a_{\xi_{\alpha_{\ell} i}^{\ell+1}} \},$$

$$m_i^{\ell} \in M_i^{\ell}, m_i^{\ell+1} \in M_i^{\ell+1}.$$

Перейдём к описанию пятого блока. В предыдущем блоке были построены множества  $M_i^{\ell}, i = 1, \dots, n$ , которые представим в виде матрицы:

	$M_1^1$	$M_1^2$	...	$M_1^{\ell}$	...
	$M_2^1$	$M_2^2$	...	$M_2^{\ell}$	...
	$M_3^1$	$M_3^2$	...	$M_3^{\ell}$	...
	...	...	...	...	...
-1	$M_{n-1}^1$	$M_{n-1}^2$	...	$M_{n-1}^{\ell}$	...
	$M_n^1$	$M_n^2$	...	$M_n^{\ell}$	...

Минимизация функции  $\sum_{\xi} C_{\xi}(\text{sign} \sum_{k} \alpha_{\xi k})$  будет осуществляться по следующему алгоритму:

Шаг 1. Из каждой строки приведённой матрицы выбираются  $m_i^{\ell}$ , из которых составляются всевозможные выборки задач защиты

$$R[r] = \vee_{\ell, i, [k]} m_i^{\ell} [k], \text{ где } r=1, 2, \dots$$

Шаг 2. Вычисляется суммарная стоимость этих выборок.

Шаг 3. Из всех этих выборок выбирается выборка с наименьшей стоимостью. Если таких несколько, то выбирается выборка с минимальным количеством задач, но если и таких несколько, то по обстоятельствам выбирается выборка по желанию службы защиты.

В блоке 6 осуществляется выдача полученных результатов.

Решение задачи выбора задач даёт возможность руководству по защите, исходя из требуемой эффективности закрытия злоумышленного действия, стоимости решения задач, варьировать выборками задач. Т.е. в зависимости от смены дежурства на объекте, каждой смене может быть поставлено своё задание по обеспечению безопасности функционирования объекта, о которой предыдущая смена и знать не будет. Например, это даёт возможность говорить о механизмах (ключах) защиты объекта на уровне целой смены, т.е. каждое задание имеет свой механизм исполнения. В таких условиях злоумышленнику будет очень трудно проконтролировать работу службы защиты.

Заметим, что в наших рассуждениях (несмотря на то, что для определения эффективности решения задач использовались лингвистические переменные) подразумевается, что формирование лингвистических переменных производится при условии того, что задачи защиты решаются полностью. Если ввести коэффициент  $\mu$  ( $\mu \in [0, 1]$ ) выполнения задачи, то получим реальную картину отражающую действительность, т.е.  $\mathcal{E}_{\xi i}^{\text{новое}} = \mu * \mathcal{E}_i$ . При  $\mu = 0$  имеем, что задача практически не была решена; при  $\mu = 1$  имеем, что задача решена полностью и  $\mathcal{E}_{\xi i}^{\text{новое}} = \mathcal{E}_i$ ; при  $\mu = 0,5$  имеем, что задача решена наполовину и  $\mathcal{E}_{\xi i}^{\text{новое}} = 0,5 * \mathcal{E}_i$ , и т.д.

Один из подходов к формализации подобных задач заключается в следующем. Допустим, что  $\bar{C}$  – заданная величина стоимости, такая, что для решения задачи достаточно выполнение неравенства

$$\bar{C} = \sum_{\xi} C_{\xi}(\text{sign} \sum_{k} x_{\xi k}) \leq b$$

Введем нечеткие множества целей и ограничений

$$\mu_G(x_{\xi i}) = \begin{cases} 0, & \text{если } \max_{\xi} \{ \mathcal{E}_{\xi i} * x_{\xi i} \} < \bar{\mathcal{E}}_i, \\ \mu(x_{\xi i}), & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

$$\mu_C(x_{\xi i}) = \begin{cases} 0, & \text{если } \sum_{\xi} C_{\xi}(\text{sign} \sum_{k} x_{\xi k}) > b \\ \varphi(x_{\xi i}), & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где  $\mu$  и  $\varphi$  – некоторые функции описывающие степени выполнения соответствующих неравенств с точки зрения службы защиты. В результате чего исходная задача оказывается сформулированной в форме задачи выполнения нечётко определённой цели, к которой применим подход Беллмана-Заде (Орловский, 1981). Задачи защиты являются той основой, которая, во-первых, создаёт предпосылки перехода от обеспечения защиты к её управлению, а во-вторых, объединяет все остальные задачи, решаемые в процессе защиты в единое целое – систему задач по обеспечению защиты от вторжения. Качество работы любой сложной системы оценивается с помощью показателей эффективности. Под показателем эффективности понимается такая характеристика, которая оценивает степень приспособления системы к выполнению поставленных целей (Панов, 2013). Ясно, что основной целью решения задач охраны является надёжное закрытие потенциально возможных вторжений на охраняемый объект. Многие задачи охраны носят неформальный характер, при решении которых главным действующим лицом является человек, однако цели некоторых задач не могут быть строго формализованы и оценки защищённости объекта выражены лингвистически. Кроме того, процессы злоумышленных действий носят вероятностный характер. Таким образом, ясно, что вероятность выступая как специфическое

свойство злоумышленных действий, не является достаточным для его полной характеристики.

Таким образом, ясно, что под показателем эффективности решения задачи будем понимать степень перекрытия злоумышленного действия при решении данной задачи. Поскольку на эффективность решения задачи влияют такие факторы как степень решения задачи, вероятность безошибочной работы человека, то эффективность решения задач защиты информации может быть оценена следующим образом:

$$\Xi_{\xi i} = (P_{\xi i}^1 - P_{\xi i}^2) * R_{\xi i} * Q_{\xi i},$$

где  $\Xi_{\xi i}$  – эффективность решения  $\xi$ -ой задачи при закрытии  $i$ -го злоумышленного действия;

$P_{\xi i}^1$  – вероятность вторжения при закрытии  $i$ -го злоумышленного действия решением  $\xi$ -ой задачи;

$P_{\xi i}^2$  – вероятность вторжения при закрытии  $i$ -го злоумышленного действия без решения  $\xi$ -ой задачи;

$R_{\xi i}$  – степень решения задачи ( $R_{\xi i} \in [0,1]$ );

$Q_{\xi i}$  – надёжность безошибочной работы человека при закрытии  $i$ -го злоумышленного действия решением  $\xi$ -ой задачи.

Надёжность безошибочной работы человека определяется как (Акимов и др., 2002):

$$Q_{\xi i}(t) = e^{-\int e(t)dt},$$

где  $e(t)$  – частота появления ошибок по вине человека в момент времени  $t$ . Поскольку  $e(t)$  подчиняется экспоненциальному закону, то  $e(t) = \lambda = const$ , откуда  $Q_{\xi i}(t) = e^{-\lambda t}$ , где  $\lambda$  – интенсивность ошибок определяемая экспертным путём на основе накопленного опыта. Тогда формулу эффективности решения задач можно представить в виде

$$\Xi_{\xi i} = (P_{\xi i}^1 - P_{\xi i}^2) * R_{\xi i} * e^{-\lambda t}.$$

Согласно (Акимов и др., 2002)  $10^{-3} \leq \lambda \leq 10^{-2}$  в зависимости от квалификации специалиста и сложности решаемых задач. Если в процессе решения задачи защиты человек практически не принимает участия, то  $Q_{\xi i}(t) \equiv 1$ .

### 3. Результаты

Сформулирован перечень задач по построению интеллектуальных систем физической защиты АСОД на базе системно-концептуального подхода. Сформулирован перечень функций защиты для охранной службы АСОД. Сформулирован перечень задач для охранной службы АСОД с целью осуществления оперативно-диспетчерской деятельности. Разработана задача выбора задач защиты, практическое применение которой значительно повысит эффективность деятельности охранной службы АСОД.

### 4. Заключение

Для решения поставленных в статье задач требуется: 1) составить каталог задач, выполняемых службой охраны; 2) составить каталог средств защиты для решения задач; 3) разработать механизмы их реализации; 4) постоянно на регулярной основе проводить обучение персонала охранных служб. Для решения этих задач требуется большое количество исходных данных. Эти данные, в силу особенностей для различных АСОД, составляются с помощью эвристических методов, сущность которых будет публиковаться в следующих публикациях.

### 5. Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-01-00527.

### Литература

Аверкин и др., 1992 – Аверкин А. Н., Гаазе-Рапопорт М. Г., Поспелов Д. А. Толковый словарь по искусственному интеллекту. М.: Радио и связь, 1992. 256 с.

**Акимов и др., 2002** – Акимов В.А., Лапин В.Л., Попов В.М. Надежность технических систем и техногенный риск. М.: ЗАО ФИД «Деловой экспресс», 2002. 368 с.

**Боровский, 2016** – Боровский А.С. Интегрированный подход к построению систем физической защиты объектов // *Наука и образование транспорту*. 2016. № 2. С. 12-16.

**Боровский, Тарасов, 2011a** – Боровский А.С., Тарасов А.Д. Интегрированный подход к разработке общей математической модели функционирования систем физической защиты объектов // *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии*. 2011. № 1. С. 50-59.

**Боровский, Тарасов, 2011b** – Боровский А.С., Тарасов А.Д. Интегрированный подход к разработке общей математической модели функционирования систем физической защиты объектов // *Информационные системы и технологии*. 2011. № 1 (63). С. 111-127.

**Боровский, Тарасов, 2011c** – Боровский А.С., Тарасов А.Д. Интегрированный подход к разработке общей модели функционирования систем физической защиты объектов // *Труды Института системного анализа Российской академии наук*. 2011. Т. 61. № 1. С. 3-13.

**Герасименко, Малюк, 1997** – Герасименко В.А., Малюк А.А. Основы защиты информации. Москва: МИФИ, 1997. 537 с.

**Годырева и др., 2007** – Годырева А.В., Николаева Т.С., Кармановский Н.С. Основные направления обеспечения комплексной защиты информации крупных предприятий // *Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики*. 2007. № 40. С. 221-227.

**Городецкий и др., 2017** – Городецкий В.И., Бухвалов О.Л., Скобелев П.О. Современное состояние и перспективы индустриальных применений многоагентных систем // *Управление большими системами: сборник трудов*. 2017. № 66. С. 94-157.

**Зубарева и др., 2016** – Зубарева М.Г., Цветков А.А., Хамуш А.Л., Шорох Д.К., Шуклин А.В., Юрсков С.В. Методологии проектирования мультиагентных систем / *Технические науки в России и за рубежом. Материалы VI Международной научной конференции*. 2016. С. 3-8.

**Игнатъев, 2012** – Игнатъев В.А. Информационная безопасность современного коммерческого предприятия. Монография. Старый Оскол: ООО «ТНТ», 2012. 448 с.

**Магомедов, 2018** – Магомедов Ш.Г. Классификация рубежей доступа и связанных с ними факторов влияния в системе контроля доступа // *Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика*. 2018. № 1. С. 62-70.

**Магомедов, 2018** – Магомедов Ш.Г. Классификация рубежей доступа и связанных с ними факторов влияния в системе контроля доступа // *Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика*. 2018. № 1. С.62-70.

**Методы Хука-Дживса** – Методы Хука-Дживса. Минск: Белорусская цифровая библиотека LIBRARY.BY. Дата обновления: 04 июня 2010. URL: [http://library.by/portalus/modules/different/readme.php?subaction=showfull&id=1275677296&archive=1275730016&start\\_from=&ucat=&](http://library.by/portalus/modules/different/readme.php?subaction=showfull&id=1275677296&archive=1275730016&start_from=&ucat=&) (дата обращения: 29.07.2018).

**Орловский, 1981** – Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1981. 208с.

**Панов, 2013** – Панов М.М. Оценка деятельности и система управления компанией на основе КРІ. М.: Инфра-М, 2013. 255 с.

**Петров, 2008** – Петров Н.В. Система охраны периметра // *Защита информации. Инсайд*. 2008. № 1 (19). С. 56-61.

**Петров, 2010** – Петров Н.В. Обоснование выбора технических средств обнаружения для систем охранной сигнализации периметра // *Защита информации. Инсайд*. 2010. № 5 (35). С. 76-86.

**Попов, Попова, 2018** – Попов Г.А., Попова Е.А. Системный подход к формированию состава функций управления в системах защиты информации // *Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика*. 2018. № 1. С. 71-80.



**Рытов и др., 2015** – Рытов М.Ю., Еременко В.Т., Гулак М.Л. Модель процесса выбора состава технических средств систем физической защиты // *Информация и безопасность*. 2015. Т. 18. № 4. С. 502-507.

**Симаворян и др., 2013** – Симаворян С.Ж., Симонян А.Р., Улитина Е.И., Симонян Р.А. Системный подход к проектированию интеллектуальных систем защиты информации // *Известия Сочинского государственного университета*, 2013, № 4-2(28), с. 128-132.

**Симаворян, 2009a** – Симаворян С.Ж. Аналитическая модель определения показателя уязвимости информации в автоматизированных системах обработки информации (АСОД) // *Обозрение прикладной и промышленной математики*. 2009. Т. 16. № 6. С. 1115.

**Симаворян, 2009b** – Симаворян С.Ж. Понятие неопределенности в задачах защиты информации. *Обозрение прикладной и промышленной математики*. 2009. Т. 16. № 6. С. 1115.

**Симаворян, 2010** – Симаворян С.Ж. О необходимости преподавания дисциплины "Информационная безопасность" на гуманитарных факультетах ВУЗов // *Вестник Сочинского государственного университета туризма и курортного дела*. 2010. № 4. С. 65-73.

**Смирнов и др., 2018** – Смирнов А.В., Хабибулин Р.Ш., Тараканов Д.В. Применение многоагентного подхода для поддержки управления безопасностью в техносфере // *Вестник Иркутского государственного технического университета*. 2018. Т. 22. № 1. С. 118–133. DOI: 10.21285/1814-3520-2018-1-118-133

**Стандарт банка России...** – Стандарт банка России СТО БР ИББС-1.0–2014. Обеспечение информационной безопасности организационной банковской системы Российской Федерации. Общие положения [Электронный ресурс]. URL: [http://www.cbr.ru/credit/gubzi\\_docs/st-10-14.pdf](http://www.cbr.ru/credit/gubzi_docs/st-10-14.pdf) (дата обращения: 08.06.18).

**Стефаров, Жуков, 2012** – Стефаров А.П., Жуков В.Г. Формирование типовой модели нарушителя правил разграничения доступа в автоматизированных системах // *Известия ЮФУ. Технические науки*. 2012. № 12 (137). С. 45-54.

**Тарасов, 2010** – Тарасов А.Д. Система физической защиты на основе агентно-ориентированного подхода и нечеткой логики // *Проблемы управления и моделирования в сложных системах: материалы XII Междунар. конф. (Самара, 21–23 июня 2010 г.)*. Самара, 2010. С. 650–656.

**Тумуров и др., 2016** – Тумуров Г.В., Вознюк А.Н., Кшнянкин А.П. Модель нарушителя подсистемы технической защиты информации объекта информатизации // *Электронные средства и системы управления*. 2016. № 1-2. С. 62-64.

**Филиппов, 2017** – Филиппов Д.Л. Об отечественной нормативно-методической базе физической безопасности // *Проблемы анализа риска*. 2017. Т. 14. № 6. С. 84-87.

**Шанаев, 2009** – Шанаев Г. Инженерные средства физической защиты периметра // *Алгоритм безопасности*. 2009. № 4. С. 6-13.

**Шанаев, 2010** – Шанаев Г. Варианты построения рубежей охраны объекта при наличии факторов, усложняющих функционирование СЗП искусственного происхождения // *Алгоритм безопасности*. 2010. № 1. С. 56-60.

**Шрейдер, Боровский, 2017** – Шрейдер М.Ю., Боровский А.С. Применение многоагентного подхода к построению систем физической защиты объектов // *Интеллект. Инновации. Инвестиции*. 2017. № 10. С. 66-71.

**Янников и др., 2017** – Янников И.М., Соболева Н.В., Куделькин В.А., Казанцев М.М., Габричидзе Т.Г. База данных средств физической защиты потенциально опасных объектов // *Интеллектуальные системы в производстве*. 2017. Т. 15. № 1. С. 122-125.

**Simavoryan et al., 2015a** – Simavoryan S.Zh., Simonyan A.R., Ulitina E.I., Simonyan R.A. Projecting intelligent systems to protect information in automated data processing systems (functional approach) // *Modeling of Artificial Intelligence*. 2015. № 3 (7). pp. 212-220.

**Simavoryan et al., 2015b** – Simavoryan S.Zh., Simonyan A.R., Ulitina E.I., Simonyan R.A. Research of the intellectual antagonism of malefactors and service of information security in the ADPS // *Modeling of Artificial Intelligence*. 2015. № 1 (5). pp. 33-41.

**Simavoryan et al., 2016a** – Simavoryan S.Zh., Simonyan A.R., Ulitina E.I., Makarova I.L., Simonyan R.A. Creating the conditions for the theoretical and practical solution of the problem of

automated intelligent search for the attacker's image in ADPS // *Modeling of Artificial Intelligence*. 2016. № 3 (11). pp. 166-176.

[Simavoryan et al., 2016b](#) – *Simavoryan S.Zh., Simonyan A.R., Ulitina E.I., Samarin V.I., Simonyan R.A., Kardashyan M.A.* Enhancing operational efficiency of the fuzzy image of the attacker's method of iterations // *Modeling of Artificial Intelligence*. 2016. № 4 (12). pp. 187-193.

[Simavoryan et al., 2017](#) – *Simavoryan S.Zh., Simonyan A.R., Ulitina E.I., Makarova I.L., Simonyan R.A.* The task of determining the optimal technological scheme for the operation of information security systems // *European Journal of Computer Science*. 2017. № 3 (1). pp. 17-22.

[Simavoryan, 2011](#) – *Simavoryan S.Zh.* About application during lectures on protection of the information and information security of the method of "The round table" // *European Researcher*. 2011. № 5-1 (7). pp. 760-762.

## References

[Akimov i dr., 2002](#) – *Akimov V.A., Lapin V.L., Popov V.M.* (2002). Nadezhnost' tekhnicheskikh sistem i tekhnogennyi risk [Reliability of technical systems and technogenic risk]. M.: ZAO FID «Delovoi ekspress», 368 p. [in Russian]

[Averkin i dr., 1992](#) – *Averkin A.N., Gaaze-Rapoport M.G., Pospelov D.A.* (1992). Tolkovyi slovar' po iskusstvennomu intellektu [Explanatory dictionary on artificial intelligence]. M.: Radio i svyaz', 256 p. [in Russian]

[Borovskii, 2016](#) – *Borovskii A.S.* (2016). Integrirovanniy podkhod k postroeniyu sistem fizicheskoi zashchity ob"ektov [Integrated approach to the construction of physical protection systems of objects]. *Nauka i obrazovanie transportu*. № 2. pp. 12-16. [in Russian]

[Borovskii, Tarasov, 2011a](#) – *Borovskii A.S., Tarasov A.D.* (2011). Integrirovanniy podkhod k razrabotke obshchei matematicheskoi modeli funktsionirovaniya sistem fizicheskoi zashchity ob"ektov [An integrated approach to the development of a general mathematical model for the functioning of physical protection systems of objects]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Sistemnyi analiz i informatsionnye tekhnologii*. № 1. pp. 50-59. [in Russian]

[Borovskii, Tarasov, 2011b](#) – *Borovskii A.S., Tarasov A.D.* (2011). Integrirovanniy podkhod k razrabotke obshchei matematicheskoi modeli funktsionirovaniya sistem fizicheskoi zashchity ob"ektov [An integrated approach to the development of a general mathematical model for the functioning of physical protection systems of objects]. *Informatsionnye sistemy i tekhnologii*. № 1 (63). pp. 111-127. [in Russian]

[Borovskii, Tarasov, 2011c](#) – *Borovskii A.S., Tarasov A.D.* (2011). Integrirovanniy podkhod k razrabotke obshchei modeli funktsionirovaniya sistem fizicheskoi zashchity ob"ektov [An integrated approach to the development of a general mathematical model for the functioning of physical protection systems of objects]. *Trudy Instituta sistemnogo analiza Rossiiskoi akademii nauk*. T. 61. № 1. pp. 3-13. [in Russian]

[Filippov, 2017](#) – *Filippov D.L.* (2017). Ob otechestvennoi normativno-metodicheskoi baze fizicheskoi bezopasnosti [On the national regulatory and methodological basis of physical security]. *Problemy analiza riska*. T. 14. № 6. pp. 84-87. [in Russian]

[Gerasimenko, Malyuk, 1997](#) – *Gerasimenko V.A., Malyuk A.A.* (1997). Osnovy zashchity informatsii [Fundamentals of information security]. Moskva: MIFI, 537 p. [in Russian]

[Godyreva i dr., 2007](#) – *Godyreva A.V., Nikolaeva T.S., Karmanovskii N.S.* (2007). Osnovnye napravleniya obespecheniya kompleksnoi zashchity informatsii krupnykh predpriyatii [The main directions of providing comprehensive information protection for large enterprises]. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo universiteta informatsionnykh tekhnologii, mekhaniki i optiki*. № 40. pp. 221-227. [in Russian]

[Gorodetskii i dr., 2017](#) – *Gorodetskii V.I., Bukhvalov O.L., Skobelev P.O.* (2017). Sovremennoe sostoyanie i perspektivy industrial'nykh primenenii mnogoagentnykh sistem [Current state and prospects of industrial applications of multi-agent systems]. *Upravlenie bol'shimi sistemami: sbornik trudov*. № 66. pp. 94-157. [in Russian]

[Ignat'ev, 2012](#) – *Ignat'ev V.A.* (2012). Informatsionnaya bezopasnost' sovremennogo kommercheskogo predpriyatiya [Information security of a modern commercial enterprise]. *Monografiya*. Staryi Oskol: OOO «TNT», 448 p. [in Russian]

[Magomedov, 2018](#) – *Magomedov Sh.G.* (2018). Klassifikatsiya rubezhei dostupa i svyazannykh s nimi faktorov vliyaniya v sisteme kontrolya dostupa [Classification of access points

and related influence factors in the access control system]. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika*. № 1. pp. 62-70. [in Russian]

[Magomedov, 2018](#) – *Magomedov Sh.G.* (2018). Klassifikatsiya rubezhei dostupa i svyazannykh s nimi faktorov vliyaniya v sisteme kontrolya dustup [Classification of access points and related influence factors in the access control system]. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika*. № 1. pp. 62-70. [in Russian]

[Metody Khuka-Dzhivsa](#) – *Metody Khuka-Dzhivsa* [Hook-Jeeves methods]. Minsk: Belorusskaya tsifrovaya biblioteka LIBRARY.BY. Data obnovleniya: 04 iyunya 2010. URL: [http://library.by/portalus/modules/different/readme.php?subaction=showfull&id=1275677296&archive=1275730016&start\\_from=&ucat=&\(data obrashcheniya: 29.07.2018\)](http://library.by/portalus/modules/different/readme.php?subaction=showfull&id=1275677296&archive=1275730016&start_from=&ucat=&(data obrashcheniya: 29.07.2018)). [in Russian]

[Orlovskii, 1981](#) – *Orlovskii S.A.* (1981). Problemy prinyatiya reshenii pri nechetkoi iskhodnoi informatsii [Decision problems with fuzzy source information]. M.: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit. 208 p. [in Russian]

[Panov, 2013](#) – *Panov M.M.* (2013). Otsenka deyatelnosti i sistema upravleniya kompaniei na osnove KPI [Evaluation of activities and management system of the company based on KPI]. M.: Infra-M. 255 p. [in Russian]

[Petrov, 2008](#) – *Petrov N.V.* (2008). Sistema okhrany perimetra [Perimeter protection system]. *Zashchita informatsii*. In said. № 1 (19). pp. 56-61. [in Russian]

[Petrov, 2010](#) – *Petrov N.V.* (2010). Obosnovanie vybora tekhnicheskikh sredstv obnaruzheniya dlya sistem okhrannoi signalizatsii perimetra [Substantiation of the choice of technical detection means for perimeter alarm systems]. *Zashchita informatsii*. In said. № 5 (35). pp. 76-86. [in Russian]

[Popov, Popova, 2018](#) – *Popov G.A., Popova E.A.* (2018). Sistemnyi podkhod k formirovaniyu sostava funktsii upravleniya v sistemakh zashchity informatsii [A systematic approach to the formation of the composition of management functions in information security systems]. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika*. № 1. pp. 71-80. [in Russian]

[Rytov i dr., 2015](#) – *Rytov M.Yu., Eremenko V.T., Gulak M.L.* (2015). Model' protsessy vybora sostava tekhnicheskikh sredstv sistem fizicheskoi zashchity [Model of the process of selecting the composition of technical means of physical protection systems]. *Informatsiya i bezopasnost'*. T. 18. № 4. pp. 502-507. [in Russian]

[Shanaev, 2009](#) – *Shanaev G.* (2009). Inzhenernye sredstva fizicheskoi zashchity perimetra [Engineering means of physical protection of perimeter]. *Algoritm bezopasnosti*. № 4. pp. 6-13. [in Russian]

[Shanaev, 2010](#) – *Shanaev G.* (2010). Varianty postroeniya rubezhei okhrany ob"ekta pri nalichii faktorov, uslozhnyayushchikh funktsionirovanie SZP iskusstvennogo proiskhozhdeniya [Options for constructing boundaries for the protection of the object in the presence of factors complicating the operation of the FFP of an artificial origin]. *Algoritm bezopasnosti*. № 1. pp. 56-60. [in Russian]

[Shreider, Borovskii, 2017](#) – *Shreider M.Yu., Borovskii A.S.* (2017). Primenenie mnogoagentnogo podkhoda k postroeniyu sistem fizicheskoi zashchity ob"ektov [Application of a multi-agent approach to the construction of physical protection systems of objects]. *Intellekt. Innovatsii. Investitsii*. № 10. pp. 66-71.

[Simavoryan et al., 2015a](#) – *Simavoryan S.Zh., Simonyan A.R., Ulitina E.I., Simonyan R.A.* (2015). Projecting intelligent systems to protect information in automated data processing systems (functional approach). *Modeling of Artificial Intelligence*. № 3 (7). pp. 212-220.

[Simavoryan et al., 2015b](#) – *Simavoryan S.Zh., Simonyan A.R., Ulitina E.I., Simonyan R.A.* (2015). Research of the intellectual antagonism of malefactors and service of information security in the ADPS. *Modeling of Artificial Intelligence*. № 1 (5). pp. 33-41.

[Simavoryan et al., 2016a](#) – *Simavoryan S.Zh., Simonyan A.R., Ulitina E.I., Makarova I.L., Simonyan R.A.* (2016). Creating the conditions for the theoretical and practical solution of the problem of automated intelligent search for the attacker's image in ADPS. *Modeling of Artificial Intelligence*. № 3 (11). pp. 166-176.

**Simavoryan et al., 2016b** – Simavoryan S.Zh., Simonyan A.R., Ulitina E.I., Samarin V.I., Simonyan R.A., Kardashyan M.A. (2016). Enhancing operational efficiency of the fuzzy image of the attacker's method of iterations. *Modeling of Artificial Intelligence*. № 4 (12). pp. 187-193.

**Simavoryan et al., 2017** – Simavoryan S.Zh., Simonyan A.R., Ulitina E.I., Makarova I.L., Simonyan R.A. (2017). The task of determining the optimal technological scheme for the operation of information security systems. *European Journal of Computer Science*. № 3 (1). pp. 17-22.

**Simavoryan i dr., 2013** – Simavoryan S.Zh., Simonyan A.R., Ulitina E.I., Simonyan R.A. (2013). Sistemnyi podkhod k proektirovaniyu intellektual'nykh sistem zashchity informatsii [A systems approach to the design of intelligent information security systems]. *Izvestiya Sochinskogo gosudarstvennogo universiteta*, № 4-2(28), pp. 128-132. [in Russian]

**Simavoryan, 2009a** – Simavoryan S.Zh. (2009). Analiticheskaya model' opredeleniya pokazatelya uyazvimosti informatsii v avtomatizirovannykh sistemakh obrabotki informatsii (ASOD) [Analytical model for determining the information vulnerability index in automated information processing systems (ASOD)]. *Obozrenie prikladnoi i promyshlennoi matematiki*. T. 16. № 6. P. 1115. [in Russian]

**Simavoryan, 2009b** – Simavoryan S.Zh. (2009). Ponyatie neopredelennosti v zadachakh zashchity informatsii [The concept of uncertainty in problems of information protection. Survey of applied and industrial mathematics]. *Obozrenie prikladnoi i promyshlennoi matematiki*. T. 16. № 6. P. 1115. [in Russian]

**Simavoryan, 2010** – Simavoryan S.Zh. (2010). O neobkhodimosti prepodavaniya distsipliny "Informatsionnaya bezopasnost'" na gumanitarnykh fakul'tetakh VUZov [On the need to teach the discipline "Information Security" at the Humanities faculties of universities]. *Vestnik Sochinskogo gosudarstvennogo universiteta turizma i kurortnogo dela*. № 4. pp. 65-73. [in Russian]

**Simavoryan, 2011** – Simavoryan S.Zh. (2011). About application during lectures on protection of the information and information security of the method of "The round table". *European Researcher*. № 5-1 (7). pp. 760-762.

**Smirnov i dr., 2018** – Smirnov A.V., Khabibulin R.Sh., Tarakanov D.V. (2018). Primenenie mnogoagentnogo podkhoda dlya podderzhki upravleniya bezopasnost'yu v tekhnosfere [Application of a multi-agent approach to support security management in the technosphere]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. T. 22. № 1. pp. 118-133. DOI: 10.21285/1814-3520-2018-1-118-133 [in Russian]

**Standart banka Rossii...** – Standart banka Rossii STO BR IBBS-1.0-2014 [Standard of the Bank of Russia SRT BR IBBS-1.0-2014]. Obespechenie informatsionnoi bezopasnosti organizatsionnoi bankovskoi sistemy Rossiiskoi Federatsii. Obshchie polozheniya [Elektronnyi resurs]. URL: [http://www.cbr.ru/credit/gubzi\\_docs/st-10-14.pdf](http://www.cbr.ru/credit/gubzi_docs/st-10-14.pdf) (data obrashcheniya: 08.06.18). [in Russian]

**Stefarov, Zhukov, 2012** – Stefarov A.P., Zhukov V.G. (2012). Formirovanie tipovoi modeli narushitelya pravil razgranicheniya dostupa v avtomatizirovannykh sistemakh [Formation of a typical model of the violator of the rules of access delimitation in automated systems]. *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki*. № 12 (137). pp. 45-54. [in Russian]

**Tarasov, 2010** – Tarasov A.D. (2010). Sistema fizicheskoi zashchity na osnove agentno-orientirovannogo podkhoda i nechetkoi logiki [System of physical protection based on agent-based approach and fuzzy logic]. *Problemy upravleniya i modelirovaniya v slozhnykh sistemakh: materialy XII Mezhdunar. konf. (Samara, 21-23 iyunya 2010 g.)*. Samara, pp. 650-656. [in Russian]

**Tumurov i dr., 2016** – Tumurov G.V., Voznyuk A.N., Kshnyankin A.P. (2016). Model' narushitelya podsistemy tekhnicheskoi zashchity informatsii ob"ekta informatizatsii [Model violator of the subsystem of technical protection of information of the object of information]. *Elektronnye sredstva i sistemy upravleniya*. № 1-2. pp. 62-64. [in Russian]

**Yannikov i dr., 2017** – Yannikov I.M., Soboleva N.V., Kudel'kin V.A., Kazantsev M.M., Gabrichidze T.G. (2017). Baza dannykh sredstv fizicheskoi zashchity potentsial'no opasnykh ob"ektov [Database of means of physical protection of potentially dangerous objects]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*. T. 15. № 1. pp. 122-125. [in Russian]

**Zubareva i dr., 2016** – Zubareva M.G., Tsvetkov A.A., Khamush A.L., Shorokh D.K., Shuklin A.V., Yurskov S.V. (2016). Metodologii proektirovaniya mul'tiagentnykh sistem

[Methodology for the design of multi-agent systems]. *Tekhnicheskie nauki v Rossii i za rubezhom Materialy VI Mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii*. pp. 3-8. [in Russian]

## Построение интеллектуальных систем физической защиты информации

Симон Жоржевич Симаворян <sup>a, \*</sup>, Арсен Рафикович Симонян <sup>a</sup>, Елена Ивановна Улитина <sup>a</sup>, Ирина Леонидовна Макарова <sup>a</sup>, Элина Анатольевна Пилосян <sup>a</sup>, Рафаэль Арсенович Симонян <sup>b</sup>

<sup>a</sup> Сочинский государственный университет, Российская Федерация

**Аннотация.** Одной из важнейших задач проектирования интеллектуальных систем защиты информации (ИСЗИ) в автоматизированных системах обработки данных (АСОД) является задача построения интеллектуальных систем физической защиты информации (ИСФЗ). В настоящее время задача построения ИСФЗ является актуальной, требующей системного и регулярного решения на постоянной основе. В настоящее время разработано достаточно много математических моделей и практических подходов решения задачи эффективного функционирования систем физической защиты. Одними из интересных подходов к решению этой задачи являются: 1) интегрированный подход по разработке математической модели функционирования систем физической защиты (Боровский, Тарасов, 2011a, Боровский, Тарасов, 2011b; Боровский, Тарасов, 2011b; Боровский, 2016; Годырева и др., 2007); 2) многоагентные системы (МАС) и технологии (МАС-технологии) (Шрейдер, Боровский, 2017; Смирнов и др., 2018; Городецкий и др., 2017; Тарасов, 2010; Зубарева и др., 2016).

Однако, анализ нормативно-методической базы физической безопасности, проведённый в работе (Филиппов, 2017) показывает, что методики категорирования, анализа угроз и уязвимостей отличаются нечеткостью понятийного аппарата и отсутствием единого терминологического подхода. Кроме того, в работе подчёркивается, что при анализе угроз зачастую не рассматривается связь уязвимостей и модели нарушителя. Не составлен банк данных угроз безопасности и актуальных уязвимостей. Однако, следует заметить, что системы физической защиты потенциально опасных объектов во многом зависят от качественного подбора средств физической защиты, и в работе (Янников и др., 2017) предложена, разработанная с помощью MS SQL Server Express база данных «Средства физической защиты потенциально опасных объектов».

Практика показывает, что методология проектирования ИСФЗ разными разработчиками строится на разных методологических основах, что диктуется различной ведомственной принадлежностью АСОД. В соответствии с этим в данной статье сформулирована задача построения интеллектуальных систем физической защиты информации на базе системно-концептуального подхода (Симаворян и др., 2013; Герасименко, Малюк, 1997), проработаны некоторые аспекты её системного решения.

**Ключевые слова:** физические средства защиты информации, интеллектуальная система защиты информации, системный подход, система физической защиты.

\* Корреспондирующий автор

Адреса электронной почты: [simsim58@mail.ru](mailto:simsim58@mail.ru) (С.Ж. Симаворян), [oppm@mail.ru](mailto:oppm@mail.ru) (А.Р. Симонян), [elenaulitina@mail.ru](mailto:elenaulitina@mail.ru) (Е.И. Улитина), [ratton@mail.ru](mailto:ratton@mail.ru) (И.Л. Макарова), [azalto@mail.ru](mailto:azalto@mail.ru) (Э.А. Пилосян), [raf55@list.ru](mailto:raf55@list.ru) (Р.А. Симонян)